Technische Universität Dresden

Modellierung und Simulation der Beanspruchung von Zugsträngen aus Stahllitze für Zahnriemen

Robert Witt

der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technischen Universität Dresden
zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktoringenieurs
(Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

Vorsitzender: apl. Prof. Dr.-Ing.habil. G. Pfeifer

Gutachter: Prof. Dr.-Ing.habil.Dr.h.c. W. Krause
Prof. Dr.-Ing.habil. H. Linke
Dr.-Ing. J. Vollbarth

Tag der Einreichung: 18.04.2007
Tag der Verteidigung: 16.11.2007

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit in der Forschungsgruppe Zahnriemengetriebe am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der Technischen Universität Dresden. Die Komplexität der Belastungsvorgänge in den Zugsträngen, verbunden mit ihrem äußerst bedeutsamen Einfluss auf das Verhalten des Zahnriemens, war ausschlaggebend für meinen Entschluss, diesen Sachverhalt in einem eigenen Projekt zu untersuchen.

Finanziell ermöglicht hat mir dies die Studienstiftung des Deutschen Volkes mit der Vergabe eines Promotionsstipendiums, der ich hiermit ausdrücklich dafür danke.
Meinem hochverehrten Lehrer Herrn Professor Dr.-Ing.habil.Dr.h.c. Werner Krause gilt mein besonderer Dank für sein stetiges Engagement und seine Motivation während der Niederschrift dieser Arbeit sowie Herrn Professor Dr.-Ing.habil. Heinz Linke und Herrn Dr.-Ing. Jürgen Vollbarth für die Übernahme der Gutachten.

Des Weiteren danke ich der Firma N.V. Bekaert S.A., namentlich hier Herrn Stijn Vancompernolle der Abteilung Steelcord, sowie der Firma BRECO Antriebstechnik Breher GmbH & Co. KG für die Beratung bei Fachfragen sowie die Bereitstellung von Werkstoffdaten, Testergebnissen und Versuchsmaterial.

Meinen Kollegen am Institut, allen voran PD Dr.-Ing. Thomas Nagel, danke ich für die fachliche Zusammenarbeit und ihre Unterstützung, die wesentlich zum Gelingen dieser Dissertation beigetragen hat.
Ein besonders liebes Dankeschön gilt natürlich auch meiner Familie für ihr Verständnis und das leider viel zu oft von mir abverlangte geduldige abendliche Warten während der Anfertigung dieser Arbeit.

Inhaltsverzeichnis

Nomenklatur

A_i	Drahtquerschnittsfläche in i-ter Lage in mm^2
A_m	metallischer Querschnitt der Litze bzw. des Seils in mm^2
B	Berührungsfaktor in $\sqrt{N/mm^2}$
b_{Hertz}	Abplattungsbreite für Hertzsche Pressung bei Linienberührung in mm
b_i	seilspezifische Konstanten
D	Seilkrümmungsdurchmesser in mm
D_E	Ersatzdurchmesser für Hertzsche Pressung in mm
d, d_S	Seildurchmesser in mm
d_i	Durchmesser des Drahtes in i-ter Drahtlage in mm
E	Elastizitätsmodul in N/mm^2
F	Zugkraft an Prüfscheibe in N
F_D	Zugkraft im Draht in N
F_K	Drahtkuppenkraft in N
G	Schubmodul in N/mm^2
g	Streckenkraft in N
k	Seilpressung in N/mm^2
L	Schlaglänge der Litzen im Seil in mm
l	Schlaglänge der Drähte in der Litze in mm
M_d	Drehmoment in N·mm
$M_{d\,D}$	durch Einzeldraht erzeugtes Drehmoment in N·mm
N	Biegewechselzahl
n_D	Anzahl der Außendrahtlagen
n_L	Anzahl der Litzenlagen
p_D	Schnürdruck der Drähte, längenbezogene Radialkraft in N/mm
p_{Hertz}	Hertzsche Pressung in N/mm^2
p_K	Druckspannung an den Kontaktbereichen der Drähte in N/mm
R	Windungsradius der Litzen in mm
R_0	Drahtnennfestigkeit in N/mm^2
R_1, R_2	Radien der sich berührenden Zylinder bei Hertzscher Pressung in mm
R_e	Streckgrenze in N/mm^2
R_K	Krümmungsradius des Seils in mm
R_m	Bruchgrenze in N/mm^2

r	Windungsradius der Drähte in mm
r_R	Radius der Rundrille der Scheibe in mm
S	Axialkraft im Seil in N
s	Pfad in mm
s_D	Sperrung (Lücke zwischen zwei benachbarten Außendrähten einer Drahtlage) in mm
s_L	Länge einer Litze pro Seilschlaglänge in mm
t	Zeit in s
x, y, z	kartesische Koordinaten in mm
z_{ij}	Anzahl der Drähte in Drahtlage i der Litzenlage j
z_j	Anzahl der Litzen in Litzenlage j
α	Schlagwinkel der Drähte in °
β	Schlagwinkel der Litzen in °
γ	Rillenwinkel für Kontakt Seil-Scheibe in °
δ	Drahtdurchmesser in mm
ϑ	Drehwinkel der Litze um den Biegemittelpunkt in °
ν	Querkontraktionszahl
σ_a	Axialspannung in N/mm²
$\sigma_{a,red}$	reduzierte Axialspannung in N/mm²
σ_b	Biegespannung in N/mm²
$\sigma_{b,Reul}$	Biegespannung nach *Reuleaux* in N/mm²
σ_d	Druckspannung in N/mm²
σ_{vM}	Vergleichsspannung nach von Mises in N/mm²
σ_z	Zugspannung in N/mm²
τ	Torsionsspannung in N/mm²
φ	laufender Winkel der Drähte in °
φ_0	Winkeloffset der Drähte in der Litze in °
φ_L	laufender Winkel der Litzen in °
$\boldsymbol{F}$	Knotenkraftvektor
$\boldsymbol{K}$	Gesamtsteifigkeitsmatrix
$\boldsymbol{u}$	Knotenverschiebungsvektor
PU	Polyurethan
SEL	Seil mit Stahleinlage

Abstract

This work examines the behaviour of steel cords under tensile loading and bending by the Method of Finite Elements (FEM). Beginning with a simple strand consisting of one centre and six outer wires a detailed analysis of the stress distribution is made for pure strain as well as for bending over a sheave. Based on this examination the model is extended step by step towards complex cord constructions. The investigation of cables embedded in an elastomer follows, especially the influence of a tooth profile of timing belts on the load inside the cable. Furthermore, a possible validation method for the model is presented. In conclusion directives are given for steel cord design in timing belts and suggestions are made to use the results in a wear model in the future.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird das Verhalten von gewickelten Seilen aus Stahllitze unter Zug- und Biegebelastung mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente untersucht. Ausgehend von dem Modell einer einfachen Litze mit einem Kern- und sechs Außendrähten erfolgt eine ausführliche Analyse der Spannungsverteilung sowohl bei rein axialer Belastung als auch bei Biegung über eine Seilscheibe. Darauf aufbauend wird das Simulationsmodell schrittweise um komplexere Seilkonstruktionen bis hin zu zweifachen Verseilungen erweitert. Daran schließt sich die Untersuchung der inneren Belastungen bei Einbettung in ein Elastomer an, wie dies bei Zugsträngen in Riemengetrieben der Fall ist, sowie der spezifischen Einflüsse der Verzahnung auf die Seilbeanspruchung bei Zahnriemengetrieben. Des weiteren wird eine Möglichkeit der Validierung der Modelle vorgestellt, die ein experimentelles Ermitteln der Relativverschiebungen der Filamente auch im Inneren des Seils zulässt. Abschließend folgen Richtlinien zur Auslegung von Zugsträngen in Zahnriemen sowie Vorschläge, die in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse in eine zukünftige Verschleißtheorie einfließen zu lassen.

1 Einleitung

Zahnriemengetriebe haben dank ihrer zahlreichen Vorteile gegenüber anderen Zugmittelgetrieben, wie hohe Positioniergenauigkeit und Leistungsdichte bei zugleich reibungsarmem Lauf und weitgehender Wartungsfreiheit, in den letzten Jahrzehnten in vielen Bereichen der Industrie stark an Bedeutung gewonnen. Aber auch von Zahnriemen wird neben kontinuierlicher Leistungssteigerung eine immer größere Zuverlässigkeit verlangt, da die Getriebe oft in vollautomatisierten Anlagen und mit nur minimalen Ruhezeiten laufen müssen.

Während des Betriebes sind insbesondere die Zugstränge im Inneren des Riemens einer hohen Belastung ausgesetzt. Sie haben die durch die wirkenden Drehmomente entstehenden Trumkräfte sicher zu übertragen und erfahren beim Umlauf um die Zahnscheibe eine zusätzliche Biegung. Aufgrund der Belastungen und des Aufbaus eines Zugstrangs aus mehreren Einzelfasern (Filamenten) kommt es zu reibungsbehafteten Relativbewegungen zwischen denselben. Besonders bei sehr kleinen Scheibendurchmessern können diese Relativbewegungen sowie die Belastungen der einzelnen Filamente sehr groß werden und somit zu einem verstärkten Abrieb und Verschleiß der Fasern führen. Dadurch besteht die Gefahr des vorzeitigen Bruchs des gesamten Zugstrangs und damit des Ausfalls des Riemens. Die komplexen Wechselwirkungen der Filamente sind bislang wenig erforscht. Vorausberechnungen zur Lebensdauer der Zugstränge oder gar ganzer Getriebe gelangen bisher nicht. Für Neuentwicklungen bzw. Getriebeoptimierungen ist also die Kenntnis dieser Versagensmechanismen sowohl für die Zugstrang- als auch für die Getriebehersteller von außerordentlicher Bedeutung, kann man doch so die Leistungsfähigkeit steigern und den experimentellen Testaufwand vermindern. Auch die Getriebeanwender verlangen zunehmend genauere Informationen zur Lebensdauer bzw. zu definierten Wechselintervallen.

Die vorliegende Arbeit soll deshalb dazu beitragen, diese inneren Belastungen des Zugstrangs im Zahnriemen aufzuklären und Möglichkeiten aufzeigen, die Lebensdauer der Zugstränge durch geeignete Maßnahmen zu erhöhen.

2 Stand der Technik

Verbindliche Aussagen zur Lebensdauer von Bauteilen oder Baugruppen sind in nahezu allen Bereichen der Technik von großer Bedeutung und häufig sogar eine notwendige Voraussetzung für die Zulassung eines Produktes. Allerdings ist der Begriff der Lebensdauer nicht eindeutig definiert. Wirkt zum Beispiel während des Betriebes eine kontinuierliche Belastung auf ein Bauteil, bietet sich an, dessen Lebensdauer unter Beachtung der Betriebsparameter als absolute Zeit anzugeben, wie z.B. bei Wälzlagern. Ist hingegen zwar Art und Größe der Belastungen bekannt, ihr zeitliches Auftreten in Abhängigkeit der Anwendung jedoch sehr verschieden, wird die Lebensdauer in der Regel über die Anzahl der ertragbaren Lastzyklen bis zum Versagen bestimmt. Diese Variante findet aufgrund der vielen möglichen Getriebekonfigurationen auch bei Zugsträngen für Zahnriemen den Vorzug. Als Werkstoff für dieselben kommt vorwiegend Stahl zum Einsatz, darüber hinaus finden aber auch Glas- und Aramidfasern Anwendung

Der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete Zugstrang aus Stahllitze ist ein sehr feines Drahtseil. Bei sogenannten „laufenden Seilen“, also solchen, die über Seilscheiben laufen, sind die Lastzyklen gleichbedeutend mit den Biegewechseln, bei der ein betrachteter Seilabschnitt beim Passieren der Scheibe vom gestreckten in den gebogenen und wieder zurück in den gestreckten Zustand versetzt wird. Die Lebensdauer eines solchen Seils definiert man folglich über die sogenannte Biegewechselzahl [Fey1] [Ver]. Bei einigen Anwendungen dient als Kriterium auch die Gegenbiegewechselzahl, bei der das Seil abwechselnd zuerst in die eine und dann die andere Richtung gebogen wird.

In den zurückliegenden Jahren wurden Untersuchungen zur Bestimmung der Lebensdauer zunächst experimentell durchgeführt. Aus zeitaufwändigen Dauerversuchen gelang es später, den funktionellen Zusammenhang zwischen Betriebsparametern und Lebensdauer für spezielle Seilkonstruktionen abzuleiten. Ebenso existieren einige mathematische Ansätze zur Betrachtung der inneren Belastungsvorgänge im Strang, die zum Teil allerdings noch grobe Näherungen darstellen. In jüngster Zeit gibt es deshalb vielversprechende Arbeiten, durch Modellierung mit der Methode der Finiten Elemente genauere Aussagen zu erhalten.

2.1 Experimentelle Untersuchungen

Die Biegewechselzahl wird in Dauerbiegeversuchen ermittelt, bei denen das Seil unter einer bestimmten Zugkraft *S* wiederholt über eine oder mehrere Seilscheiben läuft. Bei Untersuchungen von Zugsträngen für Zahnriemen sind diese mitunter bereits in den späteren Riemenbasiswerkstoff, das Elastomer, eingebettet. Ein häufig verwendetes Testprinzip einer Seilbiegemaschine zeigt Bild 2.1. Die Axialkraft im Zugstrang wird in der Regel über Massestücke erzeugt, die an der Seilprüfscheibe angeordnet sind.

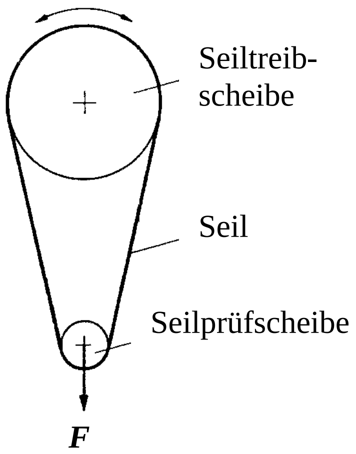


Bild 2.1: Dauerbiegemaschine zum Ermitteln der Biegewechselzahl von Drahtseilen [Fey1]

Das Seil ist an der Seiltreibscheibe befestigt, welche im Reversierbetrieb den zu untersuchenden Seilabschnitt wiederholt über die Seilprüfscheibe laufen lässt. Dabei darf das betrachtete Seilstück jedoch die Treibscheibe nicht erreichen. Um einen vorzeitigen Ausfall des Seils durch Biegeermüdung an der Treibscheibe zu vermeiden, sollte diese deutlich größer als die Seilprüfscheibe ausgeführt sein.

Neben der Größe der über die Prüfscheibe aufgebrachten Zugkraft *F* ist das Biegeverhältnis von Seil- zu Seilkrümmungsdurchmesser d_S/D entscheidend für die Anzahl der erreichten Biegewechsel. Aber auch andere Parameter wie Biegelänge, Temperatur, Scheibenwerkstoff und Rillenform spielen eine Rolle.

Mit der in Bild 2.2 dargestellten Umlaufbiegemaschine kann man einfache Gegenbiegeversuche von einzelnen Drähten oder auch ganzen Zugsträngen durchführen. Das gebogene Seil ist beiderseitig in rotierenden Bohrfuttern eingespannt und wird dadurch um seine eigene Achse gedreht. Der Biegeradius lässt sich über entsprechende Führungen einstellen. Allerdings kann mit diesem Aufbau keine Axialkraft auf den Zugstrang aufgebracht werden. Dafür sind Versuchsaufbauten mit mehreren Seilprüfscheiben, wie etwa in Bild 2.3 dargestellt, notwendig.

Mit diesen Versuchen lässt sich zwar die Lebensdauer eines bestimmten Zugstrangs unter den konkreten Messbedingungen ermitteln, auf seine tatsächliche Lebensdauer im Zahnriemengetriebe kann man daraus jedoch nur bedingt schließen. Durch das komplizierte Eingriffsverhalten des Riemens in die Scheibe sind weder die dabei am Zugstrang lokal auftretenden Biegeradien noch der genaue Axialkraftabbau hinreichend bekannt. Sind also verbindliche Lebensdaueraussagen für ein bestimmtes Zahnriemengetriebe erforderlich, muss auch dieses Getriebe wiederum aufwändigen Dauerversuchen unterzogen werden.

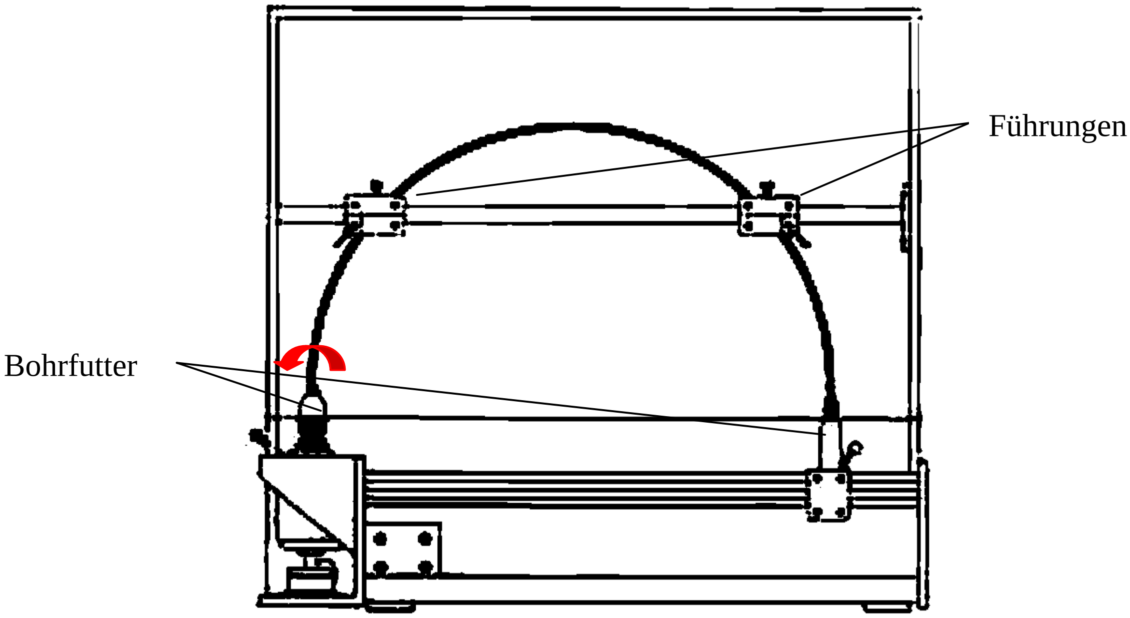


Bild 2.2: Umlaufbiegemaschine für Gegenbiegewechseluntersuchungen [Fey1]

2.2 Berechnungsansätze

Aus einer Vielzahl der oben beschriebenen Biegeversuche an Drahtseilen hat *Feyrer* [Fey2] die in der Seilforschung weithin anerkannte Lebensdauerformel abgeleitet:

$$\lg N = b_0 + \left(b_1 + b_4 \lg \frac{D}{d} \right) \left(\lg \frac{S\, d_0^2}{d^2 S_0} - 0{,}4 \lg \frac{R_0}{1770 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}} \right) + b_2 \lg \frac{D}{d} + b_3 \lg \frac{d}{d_0} + \frac{1}{b_5 + \lg \frac{l}{d}}\,, \quad (2.1)$$

mit N Biegewechselzahl, d Seildurchmesser, D Seilkrümmungsdurchmesser, S Seilzugkraft, R_0 Drahtnennfestigkeit sowie S_0=1 N und d_0=1 mm.

Allerdings sind hierbei die Konstanten b_0 bis b_5 vom jeweiligen Seiltyp abhängig. Das bedeutet, dass für eine Zugstrangneuentwicklung diese Konstanten zunächst in aufwändigen Dauertests ermittelt werden müssen. Für die Vorhersage der Lebensdauer neuer Produkte und damit für eine zielgerichtete Optimierung der Zugstränge kann man diese Formel somit nicht verwenden.

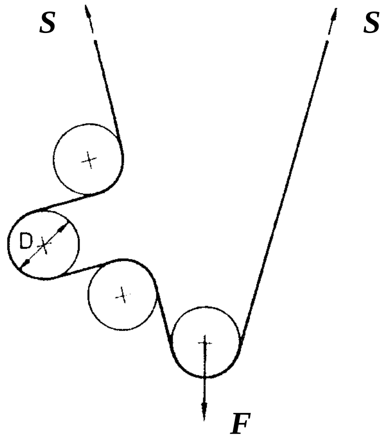


Bild 2.3: Prinzip des Aufbaus für Gegenbiegewechseluntersuchungen mit Axialkraft [Fey1]

Zweifellos ist die zu erwartende Lebensdauer eines Zugstrangs eine Funktion seiner während des Betriebes auftretenden inneren und äußeren Beanspruchungen. Dazu zählen die Kontaktdrücke zwischen den einzelnen Filamenten und zur Umgebung, reibungsbehaftete Relativverschiebungen zwischen den einzelnen Fasern und die lokal verschiedenen mechanischen Spannungen im Werkstoff. So wird in [Jeh1], [Jeh2] sowie [Ste] eine Methode zum Berechnen der Betriebsdauer von Drahtseilen vorgestellt, die die Biegewechselzahl in Abhängigkeit einer Vergleichsspannung ermittelt. Diese ergibt sich aus der einfachen Summe der auf die Drahtkuppen der Außendrähte wirkenden Zug-, Biege- und Druckspannungen, welche ihrerseits über elementare Gleichungen abgeschätzt werden. Insbesondere die Druckspannung ist jedoch auch hier vom Seiltyp und zusätzlich von der Scheibengeometrie sowie vom Scheibenwerkstoff abhängig. Entsprechende Berührungsfaktoren für deren Berechnung [Ste] sind ebenfalls Ergebnis ausführlicher Dauerversuchsreihen.
Weiterhin wurden verschiedene Ansätze entwickelt, die Vorgänge in einem belasteten Seil ausschließlich mathematisch zu erfassen ([Fey1] [Cos] u.a.). Die Lage eines Filaments in der Litze beschreibt eine geometrische Raumkurve, aus deren Änderung man bei Zug- und

Biegebelastung des Seils Aussagen über die inneren mechanischen Spannungen ableiten kann. Allerdings sind dabei keine ausreichenden Angaben über die reibungsbehafteten Kontaktvorgänge zwischen den Einzelfasern möglich, welche durch ihren sehr großen Einfluss auf die resultierenden Spannungen jedoch maßgeblich den Verschleiß des Zugstrangs bestimmen.

2.3 Modellierung mit der Methode der Finiten Elemente

Die experimentelle Untersuchung dieser Kontaktvorgänge ist ebenfalls nur sehr schwer durchzuführen, da die Kontaktstellen zwischen den Fasern von außen weitestgehend unzugänglich sind und jedes Einbringen von Sensoren die geometrischen Verhältnisse im Seil und damit die Messergebnisse stark beeinflusst.
Die Methode der Finiten Elemente, auch Finite Elemente Methode oder kurz FEM genannt, bietet aber die Möglichkeit, solche inneren Belastungsvorgänge durch Simulation zu ermitteln. Zwar wurden die Grundlagen der FEM bereits in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts entwickelt, jedoch hat ihre Anwendung erst in den letzten Jahren dank immer leistungsfähigerer Rechnersysteme stark an Bedeutung gewonnen und ermöglicht heute neben thermischen, elektrischen und magnetischen Feldberechnungen auch die Betrachtung komplexer mechanischer Systeme. So beschränkt sich die FE-Simulation nicht mehr nur auf das Ermitteln von Spannungsverteilungen in mechanisch belasteten Baugruppen, sondern gestattet auch das Implementieren nichtlinearer Werkstoffeigenschaften und bildet die Interaktion bzw. das Kontaktverhalten mehrerer Körper ab.
Es existieren auch bereits einige Arbeiten zu Seilen unter Nutzung von FEM, in diesen sind jedoch die Modelle oft sehr stark abstrahiert oder nur auf ein spezielles Anwendungsgebiet beschränkt [Gra]. Die Simulation in [Zie] hingegen zeigt bereits das Vollmodell eines einfachen Seils über eine ganze Schlaglänge. Dabei wurde das Seil jedoch nur der reinen Zugbeanspruchung ausgesetzt.
Am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden werden schon seit einigen Jahren FE-Simulationen von Zahnriemengetrieben durchgeführt. Dabei kann das Verhalten des Zahnriemens bereits sehr gut abgebildet werden. Auch das Systemverhalten der Zugstränge und damit ihr Einfluss auf das Getriebeverhalten ist implementiert [Fra]. Eine Analyse der inneren Vorgänge im Zugstrang, also das Verhalten der einzelnen Filamente, und damit eine Betrachtung der Biegewechselfestigkeit der Zugstränge im Zahnriemen kann mit diesen Arbeiten jedoch noch nicht erfolgen.

2.4 Zusammenfassung

Lebensdaueruntersuchungen an Zugsträngen aus Stahllitze beschränken sich gegenwärtig fast ausschließlich auf Dauerversuche, bei denen das Seil bis zum Versagen einer wiederholten Biegebelastung ausgesetzt ist. Dabei kann zwar mit einer bestimmten statistischen Sicherheit die Biegewechselfestigkeit des Zugstrangs unter den konkreten Messbedingungen ermittelt und durch die Lebensdauerformel nach *Feyrer* auch bedingt auf andere Versuchsparameter übertragen werden, für verbindliche Angaben der Lebensdauer des Zugstrangs im Zahnriemen muss man jedoch das gesamte Getriebe erneut aufwändigen Dauerversuchen unterziehen.

Mit diesen Messungen kann allerdings nur der Zeitpunkt des Versagens ermittelt werden, die genauen ursächlichen inneren Vorgänge im Zugstrang bleiben unaufgeklärt. Für eine gezielte Optimierung und Weiterentwicklung der Zugstränge ist deren Kenntnis jedoch von großer Bedeutung. Berechnungsansätze zum Ermitteln dieser inneren Vorgänge können bislang die für den Verschleiß als maßgeblich erscheinenden Kontaktdrücke zwischen den Filamenten nur ungenügend berücksichtigen. Die Methode der Finiten Elemente bietet nun die Möglichkeit, diese inneren Belastungen im Zugstrang zu simulieren.

3 Präzisierung der Aufgabenstellung

Obgleich die Zugstränge eine wesentliche funktionelle Komponente des Zahnriemens darstellen und daher ihr Versagen zu den häufigsten Ausfallursachen der Getriebe zählt, ist ihre Untersuchung bislang zumeist auf langwierige Dauerversuche beschränkt. Diese geben zwar Auskunft über die erreichbaren Lastwechsel unter bestimmten Bedingungen, lassen die genauen Ursachen des früher oder später eintretenden Bruchs jedoch im Dunkeln. Die Kenntnis der letztendlich zum Ausfall führenden komplexen Wechselwirkungen der Filamente unter der ständig wechselnden Zug- und Biegebelastung ist aber für Neuentwicklungen bzw. Getriebeoptimierungen von großer Bedeutung.

Im Rahmen dieser Arbeit sollen deshalb diese inneren Belastungsvorgänge mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente nachgebildet werden, um somit eine wichtige Grundlage zur Optimierung der Lebensdauer zu erhalten.

In einem ersten Schritt wird dazu eine einfache Litze der Form 1+6 modelliert, welche aus einem Kerndraht mit sechs gleichmäßig um diesen gewickelten Außendrähten besteht. An dieser Litze ist zunächst das Verhalten unter Zugbelastung und nachfolgend unter Biegung über eine glatte Scheibe entsprechend der üblichen Dauerversuchsanordnungen für Zugstränge zu analysieren. Die dabei gewonnenen Ergebnisse sind mit den aus der Literatur bekannten theoretischen Betrachtungen zu vergleichen.

Danach sind komplexere Seilkonstruktionen zu untersuchen, bis hin zu einem mehrlitzigen Zugstrang, wie er in Zahnriemen häufig Verwendung findet. An diesem sollen exemplarisch ebenfalls die mechanischen Vorgänge bei Zug- und Biegebelastung an einer glatten Scheibe besprochen werden. Durch den sehr komplizierten geometrischen Aufbau eines solchen Zugstrangs mit einer Vielzahl von Kontaktpaarungen ist der voraussichtliche Berechnungsaufwand für die Simulation als sehr hoch einzuschätzen. Daher müssen geeignete Methoden gefunden werden, die Modellgröße auf das Wesentliche zu reduzieren. Zudem ist zu untersuchen, inwieweit sich die Problematik in Teilmodelle zerlegen lässt.

Man darf annehmen, dass ein über eine glatte Scheibe gebogenes Seil ein anderes Verhalten aufweist, als ein im Riemenbasiswerkstoff eingebetteter Zugstrang gleicher Konstruktion. Zum einen entfällt durch das dazwischenliegende Elastomer der direkte Kontakt zwischen Seil und Scheibe, zum anderen werden durch dieses die außenliegenden Drähte in ihrer Bewegung gehindert. Die daraus folgenden Unterschiede in der inneren Belastung des Seils sind ebenfalls mit Hilfe der Simulation herauszuarbeiten.

Im Gegensatz zu Flachriemen unterliegt der Zugstrang im Zahnriemen bei Umlauf um die Zahnscheibe nicht nur der Biegung entsprechend dem Scheibenradius. Bedingt durch den Polygoneffekt, der durch das Aufsetzen der Riemenzähne auf die Scheibe hervorgerufen wird, treten zusätzliche lokale Biegungen auf. Zudem bildet sich im Bereich des Ein- und Auslaufs des Riemens an der Zahnscheibe in Abhängigkeit des aufgebrachten Momentes ein sogenannter Ein- bzw. Auslaufkeil, d.h. die Riemenzähne gleiten nicht mehr vollständig bzw. nur verzögert in den Scheibenlückengrund. Obgleich die aus diesen Effekten resultierenden Biegeradien im Zugstrang nicht genau bekannt sind, schreibt man diesen zusätzlichen Belastungen eine große Bedeutung zu. Durch geeignete Kombination mit vorhandenen Simulationsergebnissen von Zahnriemengetrieben am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden sollen diese Einflüsse anhand eines Getriebes mit dem in der Industrie weit verbreiteten Hochleistungsprofil AT genauer analysiert werden.

Wie allgemein bei der Modellierung von tatsächlichen Vorgängen üblich, ist es auch bei der Abbildung der Zugstrangbelastung mit der Methode der Finiten Elemente sehr wichtig, die Ergebnisse so weit wie möglich mit experimentellen Untersuchungen zu untermauern. Hierfür muss ein entsprechendes Validierungsverfahren gefunden werden.

Aus den bei der Simulation gewonnenen Aussagen sind geeignete Maßnahmen abzuleiten, um die inneren mechanischen Beanspruchungen im belasteten Zugstrang möglichst gering zu halten und damit ihre Lebensdauer zu erhöhen. Zudem können die hier erreichten Kenntnisse über die Belastungsverteilung in weiterführenden Arbeiten mit dazu beitragen, eine Theorie zur Lebensdauervorhersage aufzustellen.

4 Verhalten eines gewickelten dünnen Stahlseils

Neben den Werkstoffeigenschaften der Einzeldrähte hat der geometrische Aufbau einen wesentlichen Einfluss auf das Verhalten eines Stahlseils. Dementsprechend existiert in Abhängigkeit des jeweiligen Einsatzgebietes eine Vielzahl verschiedener Konstruktionsformen, über die im Folgenden ein kurzer Überblick gegeben wird. Daran schließen sich theoretische Untersuchungen an, in welchen die in der Literatur dargestellten Ansätze zum Belastungsverhalten mit eigenen Ergebnissen der Simulation mit der Finite Elemente Methode verglichen werden.

4.1 Aufbau und Einteilung gewickelter Stahlseile

Allgemein betrachtet besteht ein Stahlseil aus der Seileinlage mit um diese schraubenförmig angeordneten Litzen. Diese wiederum enthalten den Kerndraht, um den eine oder mehrere Lagen von Außendrähten geschlagen sind (Bild 4.1).

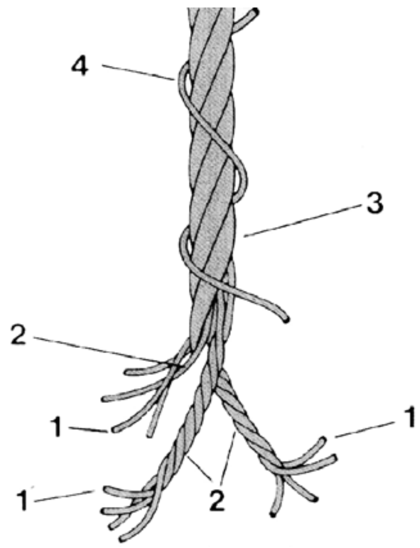


Bild 4.1: Aufbau eines Drahtseils [Bek]
1 Draht / Filament, 2 Litze, 3 Seil,
4 Hülldraht (bei Zugsträngen für
Zahnriemen nicht üblich)

Die Seileinlage besteht bei Seilen großer Abmessungen in der Fördertechnik häufig aus Natur- oder Kunstfasern, mitunter werden jedoch ebenfalls Stahllitzen verwendet. Setzt man bei Zahnriemen Stahlseile als Zugstränge ein, sind aufgrund ihrer sehr geringen Durchmesser von oft unter einem Millimeter ausschließlich Stahllitzen als Einlage gebräuchlich.
Die übliche die Seilkonstruktion beschreibende Nomenklatur verdeutlicht Bild 4.2a anhand der Konstruktion „SEL 0,365+6x0,35+6x(0,35+6x0,30)", eines typischen Vertreters für Zugstränge. „SEL" steht für ein Seil mit Stahleinlage. Diese besitzt einen Kerndraht mit

0,365 mm und sechs Außendrähte mit 0,35 mm Durchmesser. Die Seileinlage ist mit sechs Litzen umgeben, die aus jeweils einem Kerndraht mit 0,35 mm und sechs Außendrähten mit 0,30 mm Durchmesser bestehen. Ohne Berücksichtigung der verschiedenen konkreten Drahtdurchmesser kann eine solche Litze vereinfacht auch als Typ 1+6 und das ganze Seil als Konstruktion 1+6 + 6x(1+6) bezeichnet werden. Da in diesem Fall sowohl die Kern- als auch die Außenlitzen vom Typ 1+6 sind, ist darüber hinaus eine Zusammenfassung zur Konstruktion 7x7 üblich [Bek].

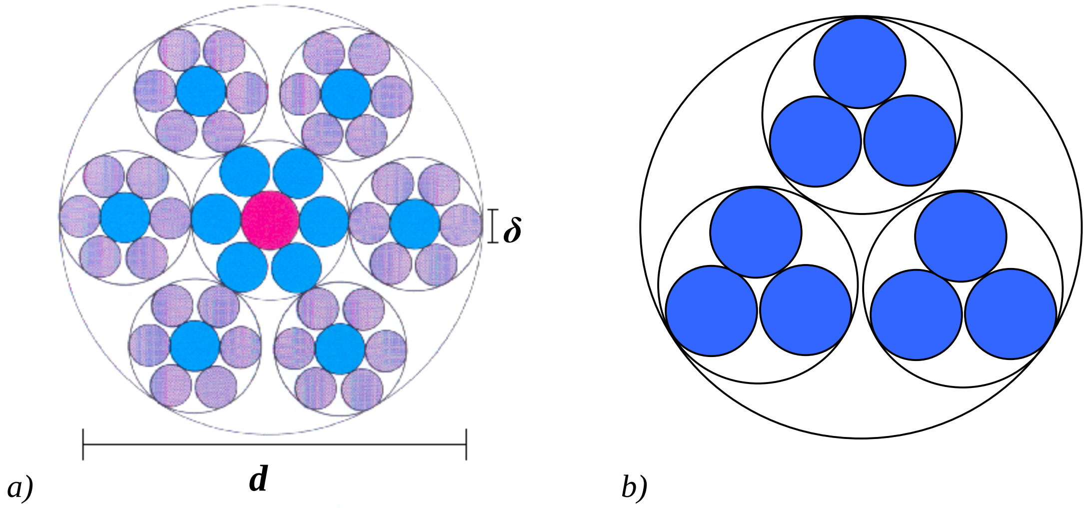


Bild 4.2: Typische Zugstrangkonstruktionen, zweifach verseilt
a) SEL 0,365+6x0,35+6x(0,35+6x0,30) [Bek], b) Seil „3x3“ ohne Seileinlage und Kerndrähte

Einige Seilkonstruktionen kommen auch ohne Seileinlage aus, ebenso wie bestimmte Litzen ohne Kerndraht. Ein Beispiel hierfür ist die Seilkonstruktion „3x3“ in Bild 4.2b, die auch in Zahnriemen häufige Verwendung findet. Hier sind drei Drähte umeinander zu einer Litze geschlagen und drei solcher Litzen zum Zugstrang verseilt.

Neben der Anordnung der Drähte und Litzen im Seilquerschnitt spielt auch die Schlaglänge bzw. der Schlagwinkel eine große Rolle für die Eigenschaften des Seils. Die Schlaglänge L einer Litze bezeichnet die Seillänge, die diese Litze für eine vollständige Umschlingung der Seileinlage benötigt (Bild 4.3). Der Schlagwinkel der Litze ist der Winkel zwischen der Seilachse und der gestreckten Litzenachse. Analog dazu sind Schlaglänge l und Schlagwinkel α der Außendrahtlagen in der Litze definiert. Damit entsprechen diese Kenngrößen der Steigung und dem Steigungswinkel beim Gewinde von Schrauben.

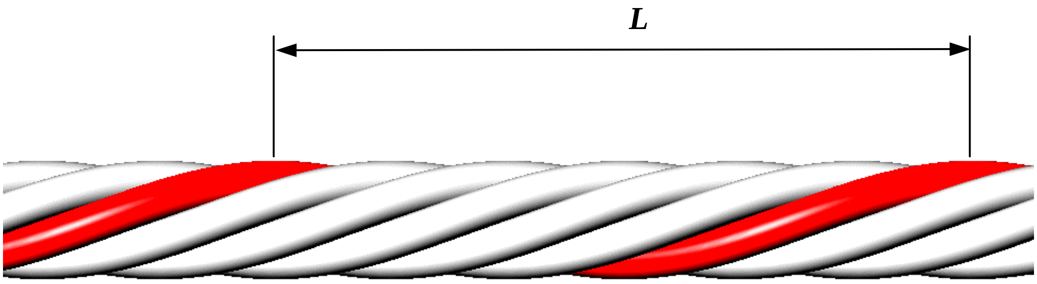
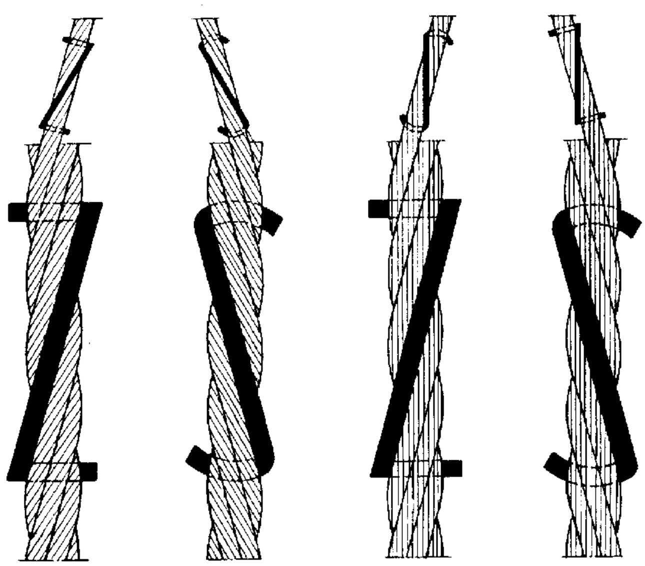


Bild 4.3: Definition der Schlaglänge des Seils bzw. der Litze

Weiterhin ist von Bedeutung, in welcher Richtung die Litze bzw. die Drähte gewickelt sind. Analog zum Links- bzw. Rechtsgewinde kann man auch bei Seilen von Links- bzw. Rechtsschlag sprechen. Gebräuchlicher sind jedoch die Begriffe „S-Schlag“ für Links- und „Z-Schlag“ für Rechtsschlag, die sich aus der äußeren Erscheinung der jeweiligen Schlagform ableiten, wie Bild 4.4 verdeutlicht. Kleine Buchstaben stehen für die Schlagrichtung der Drähte in den Litzen, große für die der Litzen im Seil.

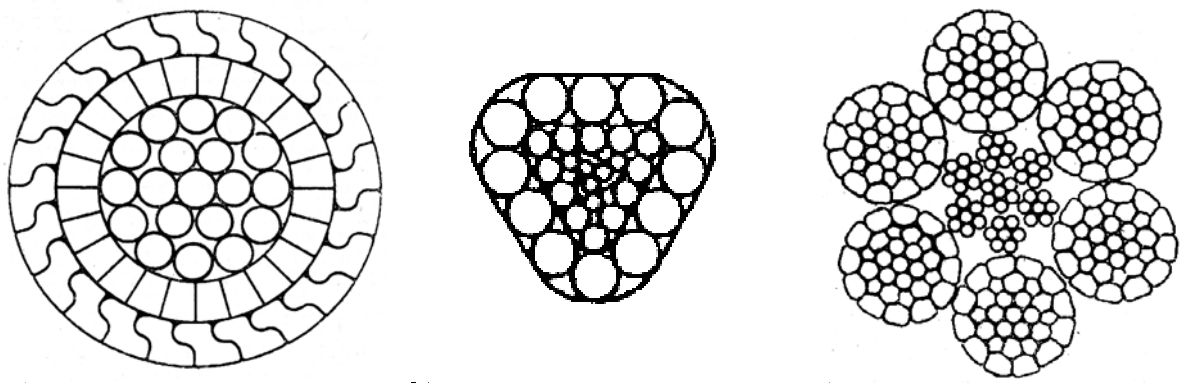


Gleichschlag		Kreuzschlag	
rechtsgängig	linksgängig	rechtsgängig	linksgängig
zZ	sS	sZ	zS

Bild 4.4: Schlagrichtung der Drähte bzw. Litzen im Seil [Fey1]

Die Komplexität eines Seils spiegelt sich nicht nur in der Anzahl der Einzeldrähte wider, sondern auch in der der notwendigen Verseilgänge. Bei der einfachen Verseilung, dem sogenannten Spiralseil, handelt es sich praktisch um eine Litze mehrerer Drahtlagen, wogegen man ein Rundlitzenseil als zweifach verseilt bezeichnet, d.h. die Litzen werden erst in einem zweiten Verseilgang zum Seil geschlagen. In Zahnriemen kommt meist diese Konstruktionsform zum Einsatz. So gehören die im Bild 4.2 dargestellten Beispiele ebenfalls zu dieser Klasse. Dreifach verseilte Konstruktionen, sogenannte Kabelschlagseile, werden aus mehreren Rundlitzenseilen geschlagen. Für Zahnriemen haben diese allerdings keine Bedeutung, ebenso wie Flachseile, die aus mehreren nebeneinanderliegenden Litzen bestehen, oder Flechtseile, in denen die Litzen nicht umeinander geschlagen, sondern miteinander verflochten sind.

In der Regel haben die verwendeten Drähte einen Kreisquerschnitt, zum Teil kommen jedoch auch andere Profildrähte zum Einsatz, wie Bild 4.5a verdeutlicht. Außerdem sind statt der üblichen Rundlitzen mitunter Formlitzen sowie nachgezogene Litzen in Gebrauch (Bild 4.5b und c). Mit diesen Maßnahmen lässt sich die Oberfläche des Seils gegen Eindringen von Verschmutzung schützen und der metallische Querschnitt und damit die Zugfestigkeit sowie die Kontaktfläche beim Lauf über eine Seilscheibe vergrößern. Des weiteren werden bei nachgezogenen Litzen die Kontaktflächen zwischen den Drähten erhöht und die herstellungsbedingten Spannungen herabgesetzt. Nach [Jeh1] ergibt sich bei Seilen mit solchen Litzen eine wesentlich größere Biegewechselzahl.



a) b) c)

Bild 4.5: Sonderformen bei der Seilherstellung

a) Spiralseil mit 24 Keil- und 24 Z-Drähten [Jeh1], b) Dreikantlitze als Beispiel einer Formlitze [Fey2], c) Seil mit nachgezogenen Außenlitzen [Jeh1]

Für Zugstränge in Zahnriemen sind diese Verfahren jedoch bedeutungslos. Einerseits wäre bei den schon erwähnten kleinen Seildurchmessern der Einsatz dieser Technologien sehr problematisch, andererseits ist ein Schutz gegen äußere Verschmutzung meist nicht nötig. Man wünscht im Gegenteil für die gute Haftung des Elastomers eine große Oberfläche sowie das gute Durchdringen des Basiswerkstoffs in den Zugstrang hinein. Zudem findet kein direkter Kontakt des Strangs zur Seilscheibe statt.

4.2 Simulation mit der Finite Elemente Methode

Zwar gestatten analytische Berechnungsmethoden in der Festigkeitslehre eine meist einfache Betrachtung der auftretenden mechanischen Belastungen und können ohne aufwändige technische Hilfsmittel durchgeführt werden, jedoch stoßen sie bei komplexen zu untersuchenden Bauteilen oder Randbedingungen sehr schnell an ihre Grenzen. In der heutigen Zeit, in welcher Kosten-, Werkstoff- und Masseoptimierung eine immer größere Rolle spielen, reichen diese Methoden nicht mehr aus, so dass sich numerische Lösungsverfahren durchgesetzt haben. Im Gegensatz zu den beiden anderen heute gebräuchlichen numerischen Verfahren, der Randelemente-Methode und der Finite Differenzen Methode, deren Schwerpunkte in der Betrachtung unendlich ausgedehnter Felder bzw. komplexer Strömungsprobleme liegen, dominiert bei Festigkeitsbetrachtungen die Methode der Finiten Elemente, kurz als FEM bezeichnet. Aber auch auf anderen Gebieten, wie z.B. bei dynamischen Analysen, Stabilitätsproblemen, thermischen, magnetischen und elektrischen Feldberechnungen sowie für Strömungsbetrachtungen, wird sie mittlerweile eingesetzt. Neu hinzugekommen sind gekoppelte Problemstellungen, wie z.B. die Berechnung des Temperaturfeldes in einem Motorblock und der damit verbundenen mechanischen Spannungen.

Das zugrundeliegende Prinzip ist bei all diesen Anwendungen gleich: Ein vorhandenes Kontinuum, also ein tatsächliches Bauteil bzw. Gebiet wird in einzelne endliche Teile, die *Finiten Elemente*, zerlegt, die über eine bestimmte Anzahl sogenannter Knotenpunkte, auch einfach nur *Knoten* genannt, miteinander verbunden sind. Bei dieser Diskretisierung wird nun die über das Gebiet verteilte physikalische Größe mithilfe sogenannter Ansatzfunktionen auf die Funktionswerte in den einzelnen Knoten zurückgeführt. Für Festigkeitsbetrachtungen bedeutet dies, dass ein Gleichungssystem $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{u}$ zwischen den Knotenkräften $\boldsymbol{F}$ und -verschiebungen $\boldsymbol{u}$ entsteht. Die Matrix $\boldsymbol{K}$ stellt dabei die sogenannte Gesamtsteifigkeitsmatrix dar, die sich aus den einzelnen Elementsteifigkeiten ergibt. Setzt man nun die Lager- bzw. Randbedingungen in das Gleichungssystem ein, kann dieses nach den Verschiebungen der freien Knoten aufgelöst werden, woraus sich alle Folgegrößen wie die Dehnungen und mithilfe der Werkstoffkennwerte die mechanischen Spannungen im Bauteil ableiten lassen.

Die Anfänge der Finite Elemente Methode reichen nach [Kno] bis in das 19. Jahrhundert zurück, als auf dem Gebiet der Baustatik die Stabwerksstatik in der noch heute bekannten

Form entwickelt wurde. Bei den dabei behandelten Fachwerken sind bereits die Stabelemente durch Knoten verbunden, eine entsprechende Aufbereitung der Algorithmen in Matrizenschreibweise wurde jedoch erst in den 50er Jahren des letzten Jahrhunderts notwendig, als die Entwicklung elektronischer Rechenanlagen auch die Betrachtung von Gleichungssystemen von mehr als zehn Unbekannten sinnvoll erscheinen ließ. Treibende Kraft war hier insbesondere der Flugzeugbau. Daneben gab es ebenfalls bereits im 19. Jahrhundert Ansätze, auch flächenhafte Gebilde und sogar Volumina mithilfe stabförmiger Elemente abzubilden. So zerlegte *Kirsch* bereits 1868 ein dreidimensionales Kontinuum in Quader, welche er dann durch ein räumliches Fachwerk ersetzte. Die dabei entstehenden Gleichungssysteme waren für die damalige Zeit jedoch viel zu aufwändig, so dass sein Verfahren damals keine praktische Anwendung fand. Zwar wurden auch diese Ideen im 20. Jahrhundert wieder aufgegriffen, den heute jedoch nach [Kno] und [Mül] allgemein als tatsächlichen Beginn der modernen FEM betrachteten Ansatz lieferten *Turner*, *Clough*, *Martin* und *Topp* im Jahr 1956, als sie ein finites Scheibenelement vorstellten, wie es auch gegenwärtig noch üblich ist.

Die weiterhin stark steigende Rechenleistung moderner Computersysteme erlaubt ein immer größeres Ausweiten der Einsatzgebiete der FEM. Heute existiert eine Vielzahl verschiedener Elementansätze. Neben ein-, zwei- und dreidimensionalen Elementen mit oder ohne Mittenknoten können komplexe Kontaktprobleme, nichtlineares Werkstoffverhalten oder physikalisch gemischte Randbedingungen betrachtet werden. Trotzdem handelt es sich bei der Methode der Finiten Elemente lediglich um eine Modellierung der tatsächlichen Vorgänge. Sinngehalt und Genauigkeit der Resultate sind eng mit der Wahl geeigneter Randbedingungen und zulässiger Vereinfachungen verknüpft, so dass die Ergebnisse auch weiterhin kritisch hinterfragt werden müssen.

Berechnung von Zugsträngen mit FEM

Obgleich der Zugstrang aus sehr einfachen geometrischen Grundkörpern besteht, bereitet die Modellierung mit einem FEM-System Schwierigkeiten. Da bei einem Großteil der Zugstrangkonstruktionen der Querschnitt über die Seillänge nicht konstant bleibt, reicht allein dessen Betrachtung im Rahmen eines vereinfachten zweidimensionalen Modells nicht aus. Auch das Ausnutzen von Kreissymmetrien, wie sie z.B. der einfache Strang aus Bild 4.8 bietet, kommt spätestens bei der Untersuchung der Seilbiegung und damit bei unsymmetrisch auftretenden Randbedingungen nicht mehr in Frage, so dass ein vollständiges, dreidimensionales Modell eines Zugstrangabschnittes notwendig ist. Eigene vergleichende Untersuchungen haben gezeigt, dass für die meisten hier angestellten Betrachtungen mindestens eine ganze Schlaglänge simuliert werden sollte, um den Störeinfluss der Randbedingungen, also in dem Falle der vorgegebenen Festhaltungen und Verschiebungen an den Seilenden, vernachlässigen zu können. Für einige Analysen, z.B. bei der später noch behandelten Sperrung bzw. Relativverschiebung zwischen den Drähten bei Seilbiegung, ist sogar die Abbildung mehrerer Schlaglängen erforderlich, was allerdings den Rechenaufwand vervielfacht.

Die einzelnen Drähte interagieren über eine Vielzahl veränderlicher Kontakte. Daraus ergibt sich für die Simulation eine stark nichtlineare Problematik mit sehr hohem Rechenaufwand. Die Berührungspunkte zwischen den Filamenten haben zudem eine geringe Ausdehnung, so dass an diesen Stellen eine besonders hohe Netzdichte erforderlich ist, was die Komplexität zusätzlich steigert. In der Praxis sind bei der Diskretisierung komplexer räumlicher Strukturen Tetraederelemente mit vier Eckknoten weit verbreitet, welche eine weitgehend automatisierte Vernetzung beliebiger Bauteile zulassen. Deutlich genauere Ergebnisse bei etwa gleicher Elementanzahl ermöglichen Hexaederelemente, die jedoch nicht so flexibel einzusetzen sind und meist ein manuelles Vernetzen erfordern. Dafür sinkt bei vergleichbarer Genauigkeit der Ergebnisse der Rechenaufwand gegenüber einem Modell mit Tetraederelementen erheblich. Durch das Verwenden von Elementen mit Mittenknoten, also Elementen mit quadratischer Ansatzfunktion, kann die Genauigkeit der Ergebnisse noch weiter erhöht werden. Bei der hier verwendeten Simulationssoftware CADFEM ANSYS™ ist diese Option für Tetraederelemente generell empfohlen, welche somit im Normalfall pro Element insgesamt zehn Knoten besitzen. Bei den quaderförmigen Elementen bleibt es dem Anwender überlassen, ob er die einfachen linearen Elemente mit acht Knoten oder jene mit Mittenknoten, also mit insgesamt 20 Knoten wählt (Bild 4.6).

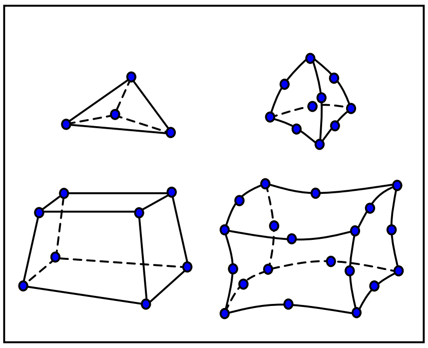


Bild 4.6: Wesentliche Elemente zur Diskretisierung dreidimensionaler Gebilde nach [Ans]

Auf den ersten Blick erscheinen die Elemente mit quadratischem Ansatz für die Vernetzung zylindrischer Stäbe am besten geeignet, da sie eine sehr gute Abbildung der Kreiskontur ermöglichen, wohingegen lineare Elemente den Kreisquerschnitt nur durch Streckenzüge annähern können. Allerdings steigt der Rechenaufwand für Elemente mit Mittenknoten gegenüber denen mit linearem Ansatz deutlich. Wie bereits erwähnt, sollte das Netz in den potentiellen Kontaktbereichen zu den benachbarten Drähten bzw. zur Scheibe sehr dicht sein. Die genaue Lage und Ausdehnung dieser Gebiete ist aber besonders bei mehrfach verseilten Konstruktionen nur sehr schwer vorhersagbar. Allgemein sollte jedoch die Oberfläche der Drähte deutlich feiner vernetzt sein als ihr Inneres. Bild 4.7 zeigt die verschiedenen Varianten für die Vernetzung eines Einzeldrahtes. Die Tetraeder in Bild 4.7a lassen sich mit sehr geringem Aufwand generieren, jedoch sind für verlässliche Ergebnisse sehr viele Elemente nötig. Die Hexaedernetze in Bild b und c kommen mit weitaus weniger Elementen aus, für ihre Erstellung ist jedoch eine zusätzliche vorherige Unterteilung der Kreisfläche notwendig, in diesem Fall in sechs gleichmäßige Segmente. Die im Rahmen dieser Vorbetrachtungen durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, dass die Variante mit Mittenknoten zwar mit wesentlich weniger Elementen eine vergleichbare Genauigkeit der Ergebnisse liefert, die Rechenzeit beim entsprechenden Modell mit linearem Ansatz jedoch trotz der deutlich höheren Elementanzahl geringer ausfällt. Die folgenden Untersuchungen werden deshalb mit wenigen Ausnahmen, wie etwa bei Betrachtung der Sperrung, mit Hexaederelementen mit linearem Ansatz durchgeführt.

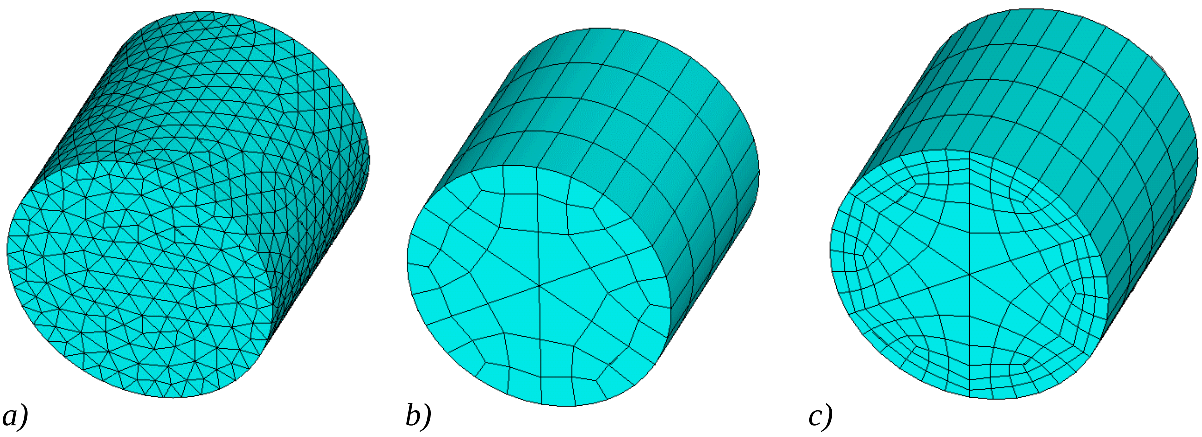


Bild 4.7: Möglichkeiten der Vernetzung zylindrischer Stäbe

a) sehr dicht vernetzte Tetraederelemente mit Mittenknoten, b) relativ grob vernetzte Hexaeder mit Mittenknoten, c) dicht vernetzte Hexaeder ohne Mittenknoten

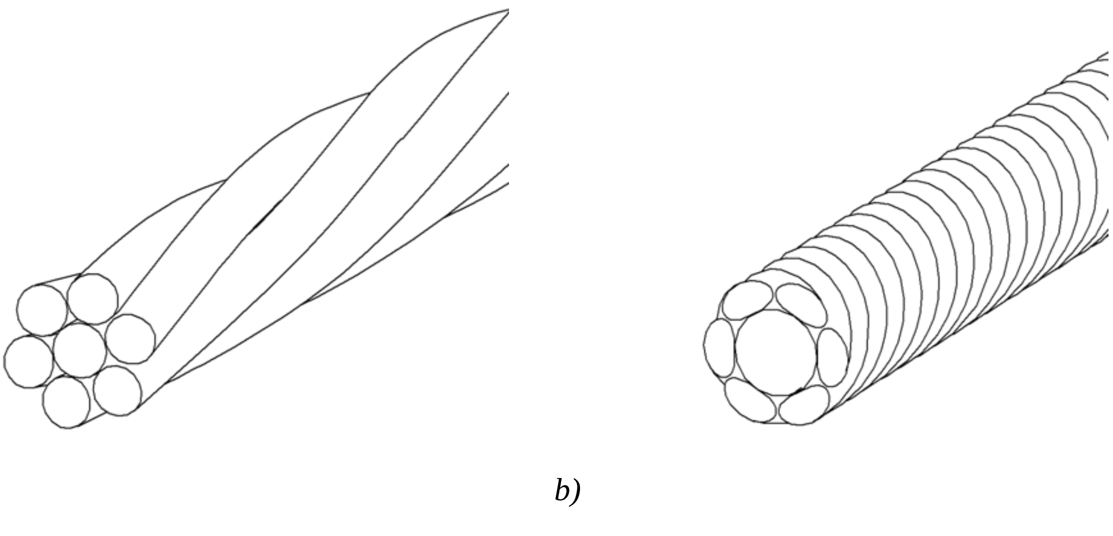
Damit die einzelnen Drähte im Modell interagieren können, müssen an ihrer Oberfläche sogenannte Kontaktelemente definiert werden. Diese flächenhaften Elemente sind, je nach Art der darunter liegenden Volumenelemente, drei- oder viereckig und besitzen gegebenenfalls Mittenknoten. Wie auch bei vielen anderen FE-Systemen üblich, wird in ANSYS das Paar der sich kontaktierenden Oberflächen in ein sogenanntes „Contact“- und ein „Target“-Gebiet aufgeteilt. Technisch gesehen gilt der Kontakt dann als geschlossen, wenn die Contact- die Target-Fläche minimal durchdrungen hat. Da in einem Simulationsmodell auch mehrere räumlich getrennte Kontaktpaare auftreten können, erhalten die miteinander korrespondierenden Kontaktelemente eine bestimmte Identifikationsnummer. Während der Simulation müssen nun nicht fortwährend jedes Contact- mit jedem Target-Gebiet auf möglichen Kontakt überprüft werden, sondern nur jene Paare mit gleicher Nummer, was einen deutlich positiven Einfluss auf die Rechenzeit hat. Bei Betrachtung ein- oder mehrlagiger Litzen ist die Definition verschiedener Kontakte durchaus sinnvoll, bei mehrfachen Verseilungen gestaltet sich die Zuordnung verschiedener Kontaktpaare jedoch als sehr schwierig. Um hier trotzdem überall einen möglichen Kontakt sicherzustellen, müssen auf der gesamten Oberfläche der Drähte sowohl Contact- als auch Target-Elemente gleicher Identifikationsnummer erstellt werden, in ANSYS „Symmetrischer Kontakt“ genannt. Durch die so entstehende große Anzahl von Kontaktelementen, die für die Simulation ein hohes Maß an Nichtlinearität darstellen, steigt der Berechnungsaufwand allerdings sehr stark an. Zwischen den Kontaktpartnern wird Coulombsche Reibung mit dem Reibkoeffizienten $\mu = 0{,}3$ angenommen, was einer ungeschmierten Stahl-Stahl-Paarung entspricht.

Die verwendete Werkstoffkennlinie ergibt sich aus Zugversuchen von hochfesten, mehrfach kaltgezogenen Drähten für Feinseile [Ifte1]. Mit einem E-Modul von ca. 210000 N/mm², einer Streckgrenze R_e von 2300 N/mm² und einer Bruchgrenze R_m von 3050 N/mm² entsprechen die Werte in etwa denen von hochwertigem Federstahl. Im Modell ist die Kennlinie durch eine abschnittsweise lineare Funktion angenähert.

Für die Zugsimulation wird ein Seilende fixiert und das andere mit der entsprechenden Axialkraft belastet sowie gegen Verdrehen gesichert. Bei Biegung um die Seilscheibe verändert sich nun schrittweise die Richtung dieses Kraftvektors, bis der gesamte Seilabschnitt mit der Scheibe in Kontakt steht. Die Scheibe selbst kann als ideal steif betrachtet werden.

4.3 Betrachtung einer Litze des Typs 1+6

Die Litze des Typs 1+6 findet sowohl bei Zugsträngen als auch allgemein bei Seilen häufige Verwendung. Sie besteht aus einem Kerndraht mit sechs gleichmäßig um diesen gewickelten Außendrähten (Bild 4.8a). Der Querschnitt senkrecht zur gestreckten Litzenachse wird in erster Näherung durch sieben Kreisflächen gebildet. Tatsächlich ist jedoch nur der Kerndraht senkrecht zu seiner Achse geschnitten, wodurch eine ideale Kreisfläche entsteht. Die Schnittflächen der Außendrähte haben in Abhängigkeit des Schlagwinkels eine leicht nierenförmige Umrandung. Bild 4.8b zeigt diesen Effekt zur besseren Anschauung für einen in der Praxis nicht gebräuchlichen sehr großen Schlagwinkel von ca. 60°. Weiterhin ist zu erkennen, dass bei einem sehr großen Schlagwinkel der Durchmesser der Außendrähte deutlich kleiner als der des Kerndrahtes sein muss, um weiterhin in Kontakt mit diesem zu stehen. Strenggenommen dürften nur bei einem gegen Null strebenden Schlagwinkel die sechs Außendrähte den gleichen Durchmesser wie der Kerndraht haben, da sich sonst die Drähte der Außenlage gegenseitig stützen und der Kerndraht im Extremfall im Inneren frei beweglich ist. So wird üblicherweise in der Fördertechnik der Kerndraht entsprechend größer dimensioniert, und auch bei Zugsträngen für Zahnriemen setzen sich Konstruktionen mit geringfügig kleineren Außendraht- aber auch Außenlitzendurchmessern mehr und mehr durch, was zusätzlich noch den Vorteil der besseren Durchdringung des Basiswerkstoffs in die Zugstränge mit sich bringt. So besteht häufig auch ein als 7x7 bezeichneter Zugstrang in Wirklichkeit aus Drähten leicht verschiedenen Durchmessers.



a) *b)*

Bild 4.8: Litzentyp 1+6

a) Schlagwinkel ca. 7°, b) Schlagwinkel ca. 60°

Nachteile dieser Technik sind die damit verbundene Kostensteigerung bei der Herstellung und Probleme durch unterschiedliche fertigungsbedingte Torsions-Vorspannungen in den verschiedenen Drahtlagen.
Geometrisch betrachtet stellt der Kerndraht in der gestreckten Litze einen einfachen Zylinder dar. Um diesen winden sich die Außendrähte, einer helixförmigen Raumkurve folgend. Diese Bahnkurve lässt sich nach [Schi] mathematisch folgendermaßen beschreiben:

$$x = \pm r \sin(\varphi + \varphi_0)\,, \tag{4.1}$$

$$y = r \cos(\varphi + \varphi_0)\,, \tag{4.2}$$

$$z = \frac{r}{\tan\alpha}\,\varphi\,, \tag{4.3}$$

mit x, y, z kartesische Koordinaten, r Windungsradius der Drähte, φ laufender Winkel, φ_0 Winkeloffset der Einzeldrähte und α Schlagwinkel der Drähte.

Das positive Vorzeichen in Gl. (4.1) steht für Links-, das negative für Rechtsschlag. Die Bahnen der einzelnen Außendrähte in der Litze unterscheiden sich lediglich bezüglich des Winkeloffsets φ_0, bei sechs dieser Drähte wächst φ_0 also im Intervall von 60°. Bild 4.9 zeigt die resultierende Raumkurve für φ_0=0°.

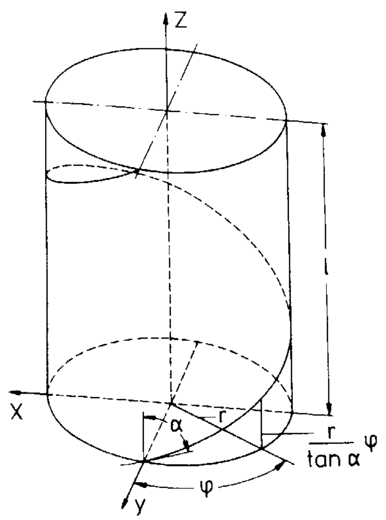


Bild 4.9: Raumkurve eines Außendrahtes in der geraden Litze [Fey1]

Schlagwinkel α und Schlaglänge l sind über Gl. (4.4) verknüpft:

$$l = \frac{2\pi r}{\tan\alpha}. \tag{4.4}$$

4.3.1 Verhalten bei Zugbelastung

Theoretische Ansätze

Üblicherweise wird die Zugbelastung eines Seils bei Aufbringen einer Axialkraft S über die allgemeine Seilzugspannung nach Gl. (4.5) ausgedrückt:

$$\sigma_\mathrm{z} = \frac{S}{A_\mathrm{m}}. \tag{4.5}$$

Dabei bezeichnet A_m den metallischen Seilquerschnitt, der sich aus der Summe der Querschnitte der Einzeldrähte zusammensetzt. Somit ist die Seilzugspannung nur als ein erster grober Richtwert für die Belastungsbetrachtung anzusehen, da sie weder die Belastungsunterschiede der einzelnen Drahtlagen erfasst, noch die Tatsache beachtet, dass der geometrische Querschnitt der Drähte von deren tatsächlicher Schnittfläche senkrecht zur Seilzugrichtung abweicht, wie bereits im vorherigen Abschnitt erläutert.
Genauere Aussagen liefert Gl. (4.6), welche nach [Fey1] die konkrete Drahtzugspannung σ_z der Drahtlage k in einem n-lagigen Spiralseil berechnet:

$$\sigma_{\mathrm{z}_k} = \frac{\dfrac{\cos^2\alpha_k}{1+\nu_k \sin^2\alpha_k} E_k}{\sum\limits_{i=0}^{n_\mathrm{D}} \left(\dfrac{z_i \cos^3\alpha_i}{1+\nu_i \sin^2\alpha_i} E_i \, A_i \right)} S\,, \tag{4.6}$$

mit ν Querkontraktionszahl der Drahtwendel, E Elastizitätsmodul, A_i Drahtquerschnittsfläche in i-ter Lage, z_i Anzahl der Drähte in Drahtlage i und n_D Anzahl der Außendrahtlagen.

Im Litzentyp 1+6 beträgt $n_L = 1$, die Lage $k = 0$ bezeichnet den Kerndraht. Gemäß [Fey1] kann bei Seilen aus Stahllitze die Querkontraktionszahl der Drahtwendel $\nu_i = 0{,}3$ angenommen werden.

Durch die Axialkraft wird das Seil gestreckt, und sein Querschnitt nimmt ab. Die Außendrähte stützen sich auf dem Kerndraht ab, wodurch an den Kontaktstellen ein Schnürdruck auftritt. Gleichzeitig verformt sich jedoch auch die Drahtwendel, wodurch zusätzliche Biege- und Torsionsspannungen entstehen. Der Schnürdruck p_D, besser als längenbezogene Radialkraft bezeichnet, ergibt sich nach [Fey1] zu

$$p_D = \frac{F_D \sin^2\alpha}{r}, \tag{4.7}$$

mit F_D Zugkraft im Draht.

Von dieser Linienkraft auf die tatsächlichen lokalen Druckspannungen zu schließen ist jedoch aufgrund der ungeklärten genauen Ausdehnung der Berührflächen schwierig. Einen Anhaltspunkt bieten die Gln. (4.8) bis (4.10) für die Hertzsche Pressung bei Linienberührung, die allerdings ein ideal elastisches Werkstoffverhalten voraussetzen. Dabei wird nach [Kra1] mit Gl. (4.8) zunächst ein Ersatzdurchmesser D_E bestimmt, mit dessen Hilfe die Geometrie zweier sich berührender Zylinder mit den Radien R_1 und R_2 auf ein Zylinder-Ebene-Problem zurückgeführt wird. Mit diesem Durchmesser berechnet sich nach Gl. (4.9) die Breite b_{Hertz} der als rechteckig angenommenen Abplattungszone, aus der schließlich durch Gl. (4.10) die maximale Pressung p_{Hertz} an der Berührstelle folgt:

$$D_E = \frac{2\, R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \tag{4.8}$$

$$b_{Hertz} = \sqrt{\frac{4\, p_D\, D_E\, (1-\nu^2)}{\pi E}}, \tag{4.9}$$

$$p_{Hertz} = \frac{2\, p_D}{\pi b_{Hertz}}. \tag{4.10}$$

Erfahrungsgemäß kommt es bei Stahlseilen jedoch auch schon bei moderaten Belastungen zu bleibenden Abplattungen, also plastischen Verformungen an den Berührstellen, die demnach mit den Gleichungen der Hertzschen Pressung nicht mehr zu erfassen sind.

Maximale Werte der durch die Axialkraft verursachten Biegespannung σ_b und der Torsionsspannung τ in der Außendrahtlage lassen sich nach [Fey1] analytisch aus der Änderung der Raumkurve ermitteln:

$$\sigma_\mathrm{b} = \left(\frac{\sin^2\alpha}{r} - \frac{\sin^2\alpha_0}{r_0} \right) \frac{\delta}{2} E \,, \tag{4.11}$$

$$\tau = \left(\frac{\sin\alpha \, \cos\alpha}{r} - \frac{\sin\alpha_0 \, \cos\alpha_0}{r_0} \right) \frac{\delta}{2} G \,, \tag{4.12}$$

mit δ Drahtdurchmesser und G Schubmodul.

Hier gibt der Index 0 den Ausgangszustand an, die Zeichen ohne Index sind den sich durch die Verformung ergebenden Werten zugeordnet. Diese wiederum leiten sich wie folgt ab:

$$r = r_0 \left(1 - \nu \frac{\sigma_{\mathrm{z}(k=1)}}{E} \right) \,, \tag{4.13}$$

$$\sin\alpha = \sin\alpha_0 \frac{1 - \nu \dfrac{\sigma_{\mathrm{z}(k=1)}}{E}}{1 + \dfrac{\sigma_{\mathrm{z}(k=1)}}{E}} \,. \tag{4.14}$$

Bei Belastung mit einer Axialkraft zeigt die Litze die Tendenz, sich aufzudrehen. Ist sie jedoch wie üblich gegen Verdrehen gesichert, wirkt durch jeden der Außendrähte ein Drehmoment:

$$M_{\mathrm{d_D}} = F_\mathrm{D} \, r \sin\alpha \,, \tag{4.15}$$

mit F_D Zugkraft im Draht.

Simulation mit der Finite Elemente Methode

Bild 4.10 zeigt das Modell einer Schlaglänge der Konstruktion 1+6 mit dem Gesamtdurchmesser d_S = 1,065 mm, bestehend aus einem Kerndraht mit Durchmesser d_0 = 0,365 mm sowie sechs gleichmäßig um diesen gewickelten Außendrähten mit

Durchmesser d_1 = 0,35 mm. Die Schlaglänge beträgt l = 18 mm im Linksschlag, dies entspricht nach Gl. (4.4) einem Schlagwinkel α von ca. 7,1°.

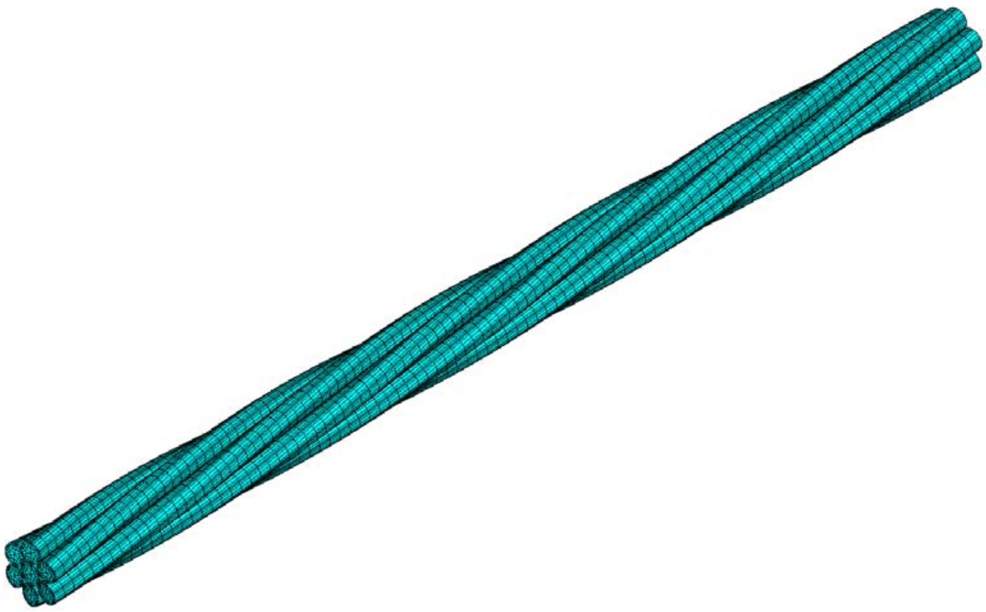
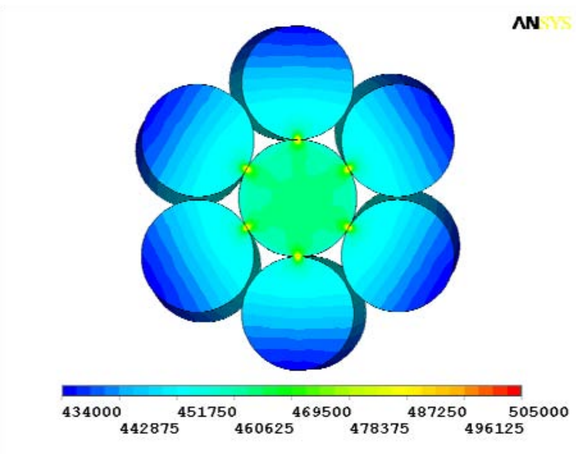
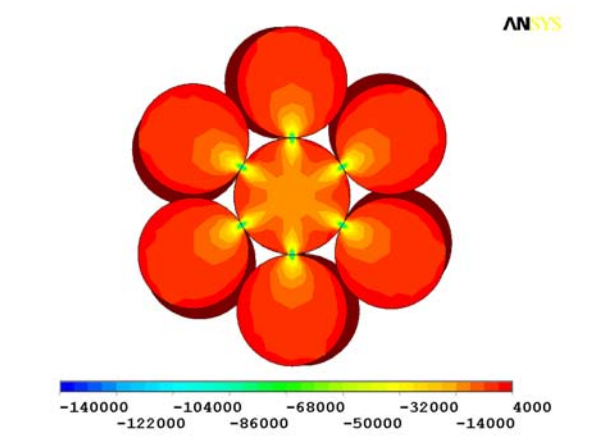


Bild 4.10: FE-Modell einer Schlaglänge der Konstruktion 1+6 in S-Schlag

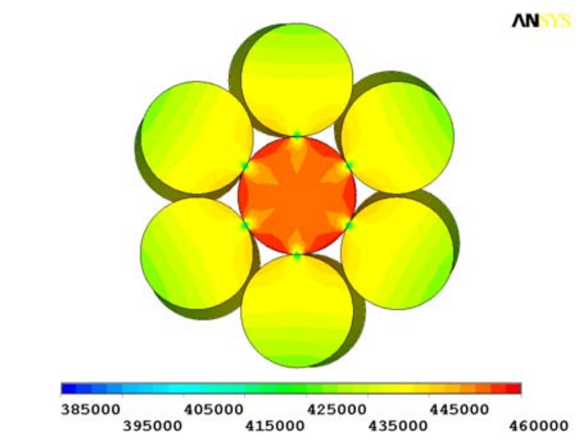
In Bild 4.11a ist die vonMises-Vergleichsspannung im Seilquerschnitt der oben beschriebenen Konstruktion bei einer Zugkraft von 300 N abgebildet, durch welche das Seil um 0,22% gedehnt wird. Deutlich erkennt man, rot dargestellt, die lokalen Spannungsspitzen von ca. 500 N/mm² und damit die Gebiete der größten mechanischen Belastungen an den Kontaktflächen der Außendrähte mit dem Kerndraht. In diesen Bereichen existieren mehrere von Null deutlich verschiedene Spannungskomponenten. So sind die in Bild 4.11b gezeigten Radialspannungen nur an diesen Stellen nennenswert. Sie haben eine Größenordnung von ca. 140 N/mm² und entstehen durch das Abstützen der Drähte der Außenlage auf dem Innendraht, sind also Druckbelastungen mit negativem Vorzeichen und hier blau abgebildet. Die Spannungen in Seillängsrichtung, die aufgrund der kleinen üblichen Schlagwinkel auch bei den Außendrähten näherungsweise den Drahtzugspannungen entsprechen, liegen in Bild 4.11c etwa im Bereich zwischen 380 und 460 N/mm². Damit steuern sie den Hauptanteil der Vergleichsspannung bei. Deutliche Abweichungen zu dieser bestehen lediglich an den Kontaktstellen, hier besitzt die Axial- im Gegensatz zur Vergleichsspannungsverteilung sogar ihr Minimum. Grund dafür ist die durch den Kontaktdruck im Draht erzeugte Querkontraktion.



a)



b)



c)

Bild 4.11: Spannungsverteilung in mN/mm²
im Strangquerschnitt 0,365+6x0,35
bei Zugbelastung mit S=300 N
a) vonMises-Vergleichsspannung,
b) Radialspannung,
c) Axialspannung

Darüber hinaus ist in Bild 4.11 zu erkennen, dass die Außendrähte, wie auch Gl. (4.11) aussagt, neben der Zug- auch einer Biegebelastung unterliegen. Trotzdem ist der Kerndraht offenbar am höchsten belastet. Einerseits stützt er alle Drähte der Außenlage ab, andererseits ist er auch der größten Zugbelastung ausgesetzt. Die beschriebenen Effekte fasst das Diagramm in Bild 4.12b zusammen. Hier werden Vergleichs- und Axialspannung entlang des Pfades in Bild 4.12a quer durch den Zugstrang und die Kontaktstellen aufgezeigt.

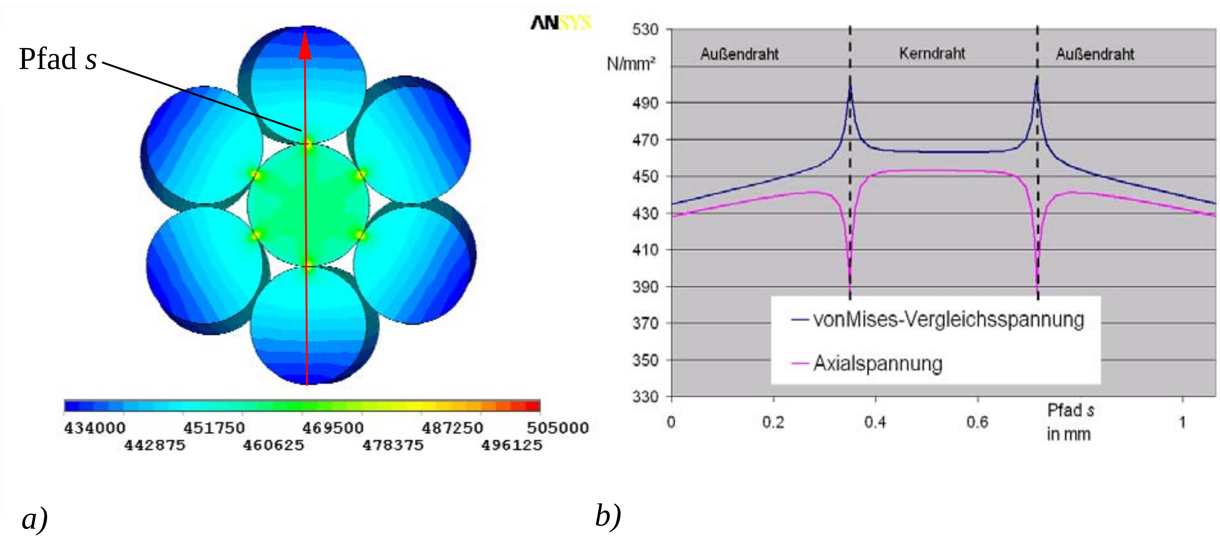
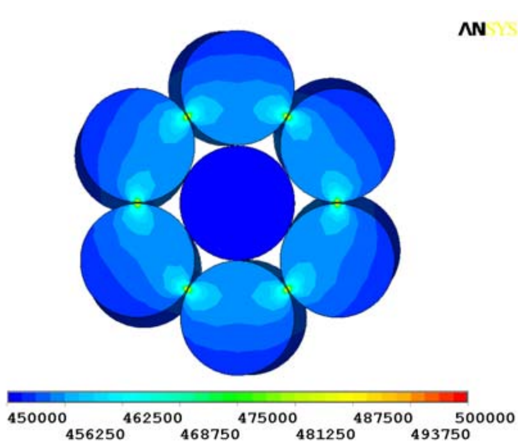
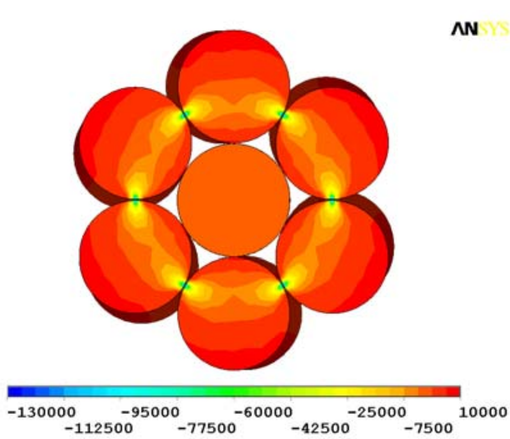


Bild 4.12: Spannungsverlauf im Seilquerschnitt entlang einer vorgegebenen Strecke
a) Lage des Pfades im Querschnitt (hier Darstellung der Vergleichsspannung),
b) Vergleichs- und Axialspannung entlang des Pfades

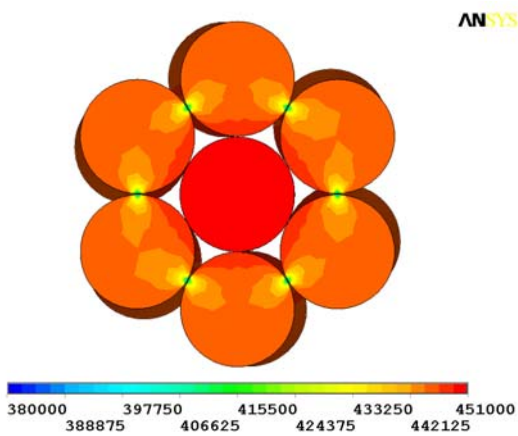
Besteht der Zugstrang jedoch aus sieben gleichen Drähten des Durchmessers 0,35 mm, entstehen Spannungsverteilungen, wie in Bild 4.13a bis c gezeigt. Auch hier wird der Strang mit einer Zugkraft von 300 N belastet, die geringfügig höhere Gesamtbelastung durch den etwas kleineren metallischen Querschnitt des Seils ist praktisch vernachlässigbar. Bei der Vergleichsspannung fällt sofort auf, dass der Kerndraht homogen mit ca. 450 N/mm² beaufschlagt ist. Das entspricht der ebenfalls homogenen Axialspannung in diesem Draht nach Bild 4.13c und in etwa dem Plateau der Längsspannung des Kerndrahtes der Konstruktion 0,365+6x0,35 in Bild 4.12b. Zwischen Innen- und Außendrähten findet nun kein definierter Kontakt mehr statt, es kommt zu einer nach [Fey1] zu vermeidenden Gewölbebildung. In Bild 4.13a haben sich zwar die Spannungsspitzen auf die Berührungsflächen zwischen den Außendrähten verlagert, in Betrag und Ausdehnung unterscheiden sie sich jedoch kaum von denen in Bild 4.11a. Allerdings unterliegen nun die Drähte der Außenlage einer etwas größeren Gesamtbelastung. Zwar bringen nach Bild 4.13c auch hier die Kontaktdrücke aufgrund der Querkontraktion eine leichte Entlastung für die Seillängsspannungen, aber eben diese Druckspannungen tragen auch einen nicht unerheblichen Anteil zur Vergleichsspannung bei, wie es Bild 4.13b anhand der tangential zur Seilachse wirkenden Spannungen verdeutlicht. Auch diese entsprechen in Betrag und Ausdehnung in etwa den Radialspannungen in Bild 4.11b.



a)



b)



c)

Bild 4.13: Spannungsverteilung im Strangquerschnitt 7x0,35 bei Zugbelastung mit S=300 N in mN/mm²
a) vonMises-Vergleichsspannung,
b) Spannung tangential zur Seilachse,
c) Axialspannung

Vergleich zwischen den Ergebnissen der Simulation und der theoretischen Ansätze

Eine Gegenüberstellung der wichtigsten Ergebnisse nach den Gln. (4.6) bis (4.15) und der Resultate der Finite Elemente Methode anhand der oben angeführten Seilkonstruktion gibt Tabelle 4.1 wieder.

Zunächst wird wieder die Konstruktion 0,365+6x0,35 betrachtet. Die nach Gl. (4.5) berechnete Seilzugspannung ist, wie auch schon in [Fey1] erwähnt, etwas geringer als die Zugspannungen der einzelnen Drahtlagen. Sowohl nach Gl. (4.6) als auch in der Simulation ist der Kerndraht stärker zugbelastet als die Außenlage, obgleich das FE-Modell geringfügig geringere Spannungen ermittelt. Eine Ursache hierfür ist der schon vorher erwähnte Einfluss der Querkontraktion. Die übertragenen Kontaktkräfte pro Längeneinheit stimmen im Modell sehr gut mit dem nach Gl. (4.7) ermittelten Schnürdruck überein. Trotzdem ist die Druckspannung um ein Vielfaches kleiner als mithilfe der Hertzschen Pressung ermittelt. Hier kommt das genannte Problem der sehr geringen Ausdehnung der Berührflächen zum Tragen.

Gemäß des Ansatzes der Hertzschen Pressung ist die Abplattungszone nach Gl. (4.9) im konkreten Fall weniger als 1,4 µm breit. Um diese Abplattung realistisch abzubilden, müsste also die Ausdehnung der Elemente im Kontaktbereich noch um ein Vielfaches kleiner sein. Da zudem die exakte Kontaktposition vor der Simulation unbekannt ist, kann diese hohe lokale Netzdichte gegenwärtig noch nicht mit vertretbarem Aufwand realisiert werden.

Tabelle 4.1: Vergleich der Ergebnisse durch Simulation und nach den Gln. (4.5) bis (4.15)

Konstruktion	**0,365+6x0,35**		**7x0,35**	
	nach Theorie	Ergebnis FEM	nach Theorie	Ergebnis FEM
Seilzugspannung σ_z in N/mm², Gl. (4.5)	440	-	445	-
Drahtzugspannung Kerndraht σ_{z0} in N/mm², Gl. (4.6)	463	450	468	450
Drahtzugspannung der Außendrähte σ_{z1} in N/mm², Gl. (4.6)	453	440	459	450
Schnürdruck p_D in N/mm, Gl. (4.7)	1,87	1,9	-	1,9
Druckspannung p_K in N/mm², Gl. (4.10)	875	135	-	135
Biegespannung σ_b der Außendrähte in N/mm², Gl. (4.11)	7,8	10	7,7	-
Torsionsspannung τ der Außendrähte in N/mm², Gl. (4.12)	10,3	-	10,4	-
Drehmoment M_d des Seils in N·mm, Gl. (4.15)	11,6	11,1	11,2	11,2

Um dennoch die räumlich sehr begrenzten Spannungsspitzen mit hinreichender Genauigkeit zu berechnen, bieten sich zwei Möglichkeiten. Einerseits kann weiterhin auf die Hertzsche Pressung nach Gleichung (4.10) unter Verwendung der in der Simulation erhaltenen Kontaktkräfte zurückgegriffen werden. Dies gilt allerdings nur, solange die ermittelten Spannungen noch im Bereich des elastischen Werkstoffverhaltens der Drähte liegen. Andererseits bietet sich das sogenannte „Submodeling“ in der Simulation an. Hierbei berechnet man zunächst die Seilverformung mit der ursprünglichen Vernetzung. Daraufhin wird der interessierende Ausschnitt, in dem Falle ein ausgewählter Kontaktbereich, noch

einmal separat modelliert, mit der benötigten feinen Vernetzung versehen und anschließend mit den entsprechenden, aus der Gesamtsimulation ermittelten Randbedingungen belegt.
Bild 4.14 zeigt die Druckspannungen eines solches „Submodells“ für die Linienberührung zwischen Kern- und Außendraht. Die hier ermittelte Maximalspannung von ca. 830 N/mm² kommt der nach Hertz berechneten Pressung von 875 N/mm² schon recht nah. Zwar ist der Aufwand gegenüber den Hertzschen Gleichungen wesentlich höher, jedoch können mit dem Submodel-Verfahren auch dann die Kontaktspannungen wiedergegeben werden, wenn diese jenseits des linearen Werkstoffverhaltens liegen.

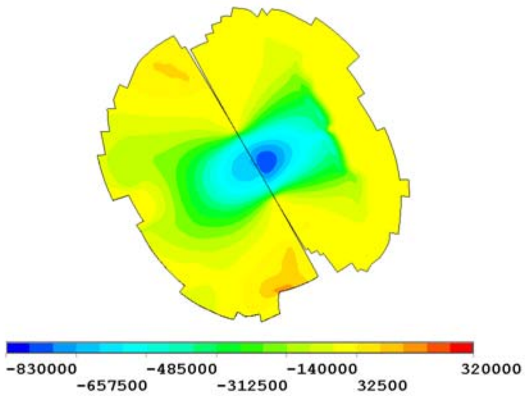
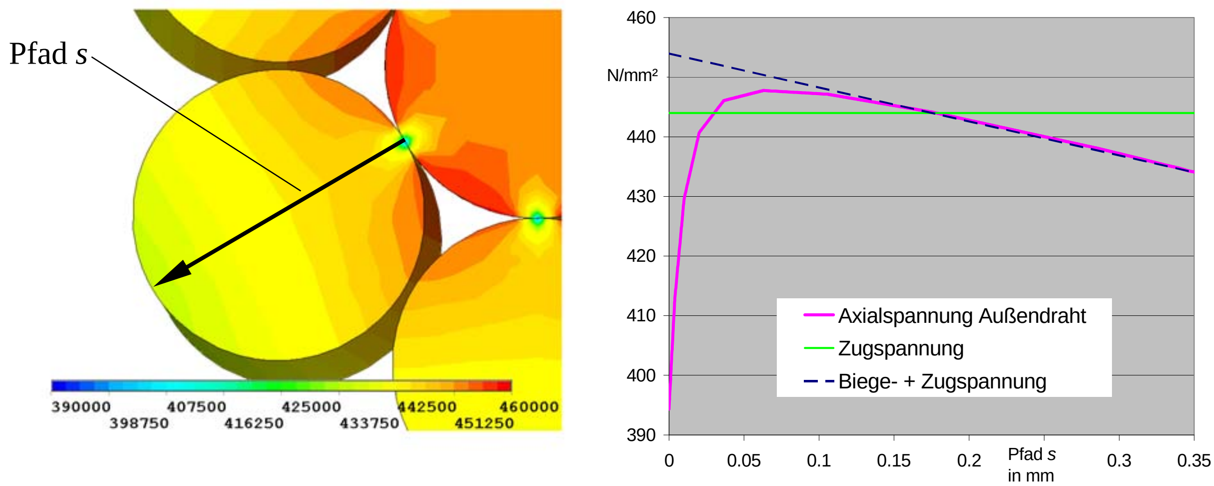


Bild 4.14: Druckspannung zwischen Außen- (links) und Kerndraht mit „Submodeling“ in mN/mm² (Breite des Bildausschnitts etwa 10 µm)

Die Berechnungen nach den Gln. (4.6) bzw. (4.11) und (4.12) teilen die Spannungen im Drahtquerschnitt klar in Zug-, Biege- und Torsionsspannung auf. Eine ähnliche Zerlegung ist in bestimmtem Maße auch bei den Ergebnissen der Simulation möglich. Dazu bietet sich in diesem Fall die Analyse der Axialspannung im Außendraht nach Bild 4.15 an. Diese wird durch die Zug- und Biegespannung aufgrund der Längung der Drahtwendel sowie die Druckspannung an der Kontaktstelle zum Kerndraht beeinflusst. Nimmt man an, die biegeneutrale Faser liegt in der Mitte des Außendrahtes bei $s = 0{,}175$ mm, kann an dieser Stelle die Drahtzugspannung mit der Axialspannung gleichgesetzt werden. Bild 4.15b liefert hierfür einen Wert von ca. 445 N/mm². Damit lässt sich bei $s = 0{,}35$ mm ein betragsmäßig maximaler Biegespannungsanteil von rund 10 N/mm² ablesen, der hier als Druckspannung die Axialspannung mindert. An der Berührstelle zum Kerndraht ist die Biegespannung nicht so einfach aus der Axialspannung abzuleiten, da hier zusätzlich der Einfluss der hohen Kontaktpressungen zum Tragen kommt. Verlängert man jedoch den annähernd linearen

Abschnitt der Axialspannung, in Bild 4.15b blau dargestellt, ergibt sich bei $s = 0$ mm erwartungsgemäß ebenfalls eine Biegespannung von 10 N/mm². Diese ist etwas größer als die nach Gl. (4.11) ermittelte. Die in Gl. (4.12) aufgeführte Torsionsspannung spielt in der Simulation keine Rolle, ein deutliches Verdrehen der Außendrähte um ihre eigene Achse tritt hier folglich nicht auf.

Das Drehmoment der Außendrähte um die Litzenachse ergibt sich aus den tangentialen Komponenten der Knotenkräfte an der Einspannstelle der Litze und stimmt recht gut mit der Summe der aus Gl. (4.15) erhaltenen Einzelmomente überein.



a) *b)*

Bild 4.15: Axialspannung im Außendraht (längs zur Drahtachse) der Konstruktion 0,365+6x0,35

a) Lage des Pfades im Drahtquerschnitt,

b) Verlauf der Spannungskomponenten entlang des Pfades s

Auch bei der Konstruktion 7x0,35 ist die Seilzugspannung geringer als die Zugspannungen in den einzelnen Drähten. Während hier jedoch nach Gl. (4.6) ebenfalls die Zugspannung im Kerndraht größer als in der Außenlage ist, besteht in der Simulation fast kein Unterschied zwischen den Drahtlagen. Aufgrund des geringeren Querschnittes müsste laut Gl. (4.6) die Zugspannung im Kerndraht etwas größer sein als bei der Konstruktion 0,365+6x0,35. In der Simulation sind diese Werte jedoch praktisch gleich. Den Verlauf der Längsspannung in den Außendrähten zeigt Bild 4.16b, wieder entlang des Pfades aus Bild 4.16a. Da diesmal die hohen Druckbelastungen an den Kontaktstellen zu den benachbarten Drähten der Außenlage auftreten, befindet sich bei $s = 0$ mm das durch die Drahtbiegung bedingte Maximum der Axialspannung. Ein deutlicher Biegespannungsverlauf entlang des Pfades kann jedoch nicht mehr ermittelt werden. Wiederum sind keine durch die Drehung der Außendrähte um ihre eigene Achse hervorgerufenen Torsionsspannungen zu erkennen.

Der Schnürdruck ist nach Gl. (4.7) nicht mehr zu berechnen, da sich dieser ja nur auf den Kontakt zwischen Kern- und Außendraht bezieht. Die Simulation liefert jedoch anhand der Kontaktkräfte einen Wert von ebenfalls ca. 1,9 N/mm zwischen den Außendrähten. Dieser Wert kann nun wieder verwendet werden, um die tatsächlichen Kontaktspannungsspitzen zu erhalten, entweder über die Hertzschen Gleichungen oder das erwähnte Submodeling. Das aus den Lagerreaktionskräften ermittelte Drehmoment stimmt auch hier sehr gut mit der Summe der Einzelmomente nach Gl. (4.15) überein.

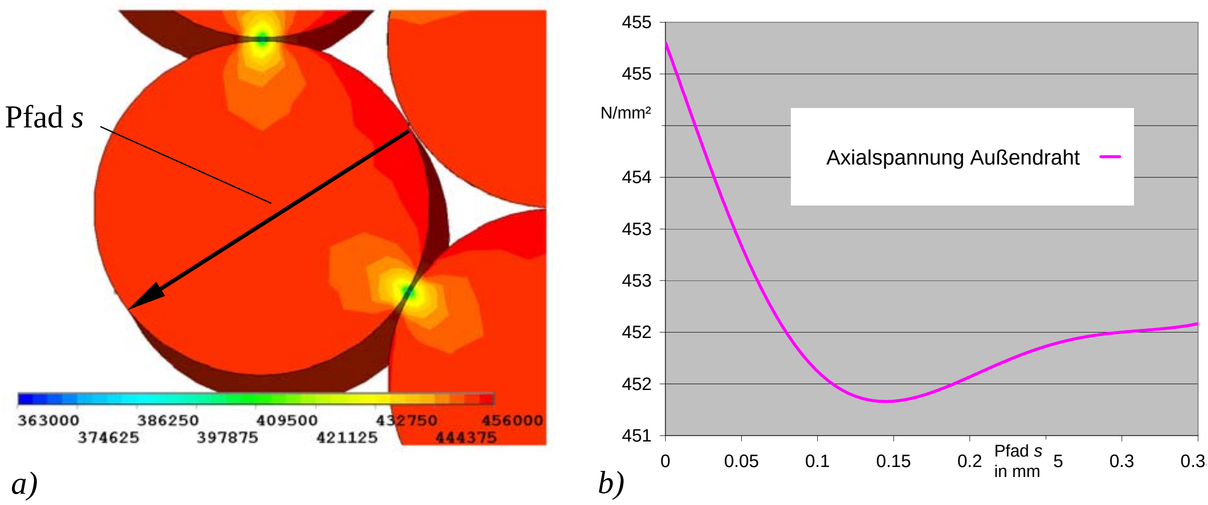


Bild 4.16: Axialspannung im Außendraht (längs zur Drahtachse) der Konstruktion 7x0,35

a) Lage des Pfades im Drahtquerschnitt,

b) Verlauf der Axialspannung entlang des Pfades s

4.3.2 Verhalten bei Zug- und zusätzlicher Biegebelastung

Theoretische Ansätze

Entsprechend Gl. (4.5), die einen ersten Richtwert für die Seilbeanspruchung bei Zugbelastung liefert, besteht mit Gl. (4.16) nach *Reuleaux* die Möglichkeit, die Biegebeanspruchung abzuschätzen [Reu]:

$$\sigma_{\mathrm{b,\,Reul}} = \frac{\delta}{D} E \,. \tag{4.16}$$

Genauere Aussagen zur Biegespannung entlang eines Drahtes lassen sich auch hier aus der Änderung der Raumkurve ermitteln. Die Parameterkurve für einen Außendraht im gebogenen Strang ist jedoch nach [Schi] deutlich komplizierter, wie die Gln. (4.17) bis (4.19) für einen rechtsgeschlagenen Draht mit $\varphi_0 = 0$ zeigen:

$$x = -r \sin\varphi \,, \tag{4.17}$$

$$y = \frac{D}{2} \cos(\vartheta - \vartheta_0) + r \cos\varphi \cos(\vartheta - \vartheta_0) \,, \tag{4.18}$$

$$z = \frac{D}{2} \sin(\vartheta - \vartheta_0) + r \cos\varphi \sin(\vartheta - \vartheta_0) \,. \tag{4.19}$$

Hierbei bezeichnet ϑ den Drehwinkel der Litze um den Biegemittelpunkt entsprechend Bild 4.17. Dieser hängt ebenfalls von φ ab. Allerdings gibt es für diesen funktionalen Zusammenhang nach [Schi] zwei verschiedene Ansätze. Der erste folgt der Annahme, das Verhältnis von ϑ zu φ sei konstant und der Schlagwinkel α verändert sich entlang des gebogenen Seils, der zweite geht von einem konstanten Schlagwinkel aus.

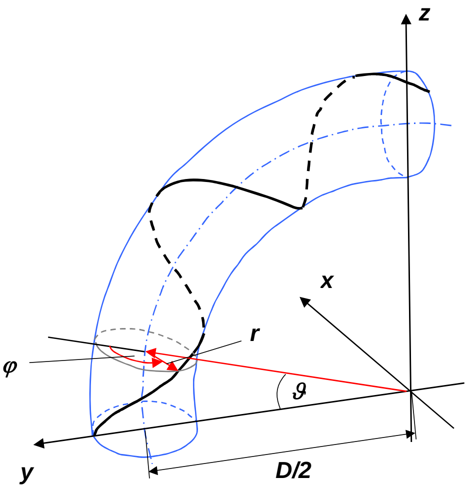


Bild 4.17: Raumkurve eines Drahtes mit Rechtsschlag in der gebogenen Litze nach [Schi]

Die resultierenden Biegespannungen zeigen nach Bild 4.18 einen sinusförmigen Verlauf über den Winkel φ. Dabei ist die Amplitude bei konstantem Drehwinkelverhältnis deutlich größer als bei konstantem Schlagwinkel. Während erstere die nach *Reuleaux* berechnete Biegespannung auch überschreitet, bleibt letztere immer etwas darunter.

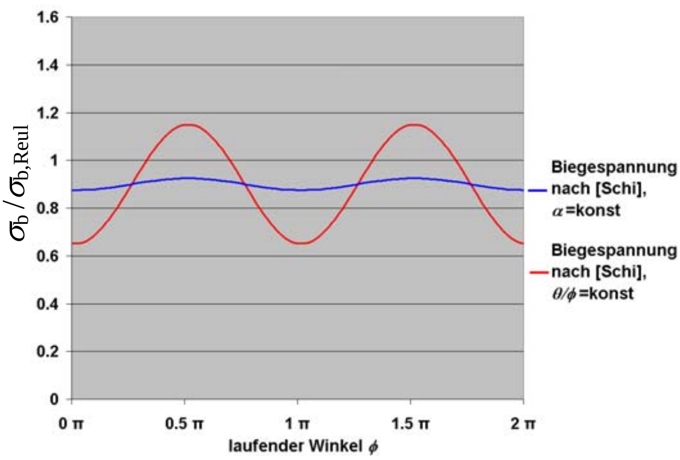


Bild 4.18: Biegespannungsverlauf nach [Schi] bei konstantem Drehwinkelverhältnis und bei konstantem Schlagwinkel, normiert auf die Biegespannung nach Reuleaux

Es existiert noch eine Reihe weiterer Herleitungen der Biegespannung, die ähnliche sinusförmige Verläufe ergeben. Alle haben jedoch gemein, dass sie kompliziert zu handhaben sind, so dass insbesondere bei den Seilherstellern meist nur die Spannung nach *Reuleaux* verwendet wird.

Neben den Biege- sind auch die Druckbelastungen, hervorgerufen durch den Kontakt zur Seilscheibe, von großer Bedeutung. [Fey1] gibt die Seilpressung k nach Gl. (4.20) des zu einem gekrümmten Zylinder vereinfachten Seils in einer Scheibe mit Rundrille mit oder ohne Unterschnitt als Funktion des Rillenwinkels γ an. Dabei geht er von einer kosinusförmigen Verteilung über γ entsprechend Bild 4.19 aus:

$$k = \frac{2\,S\cos\gamma}{D\,d\left(\frac{1}{4}\sin 2\,\gamma_2 + \frac{1}{2}\gamma_2 - \frac{1}{4}\sin 2\,\gamma_1 - \frac{1}{2}\gamma_1\right)}\,. \qquad (4.20)$$

Die Winkel γ_1 und γ_2 bezeichnen den Anfangs- und Endwinkel der Berührungszone. Für nicht unterschnittene Rundrillen beträgt $\gamma_1 = 0$. Die maximale Drahtkuppenkraft tritt in jedem Fall bei $\gamma = \gamma_1$ auf, jedoch ist nach [Fey1] die insgesamt größte Beanspruchung der Außendrähte trotzdem an der Drahtrückseite zu erwarten, wo die durch den Scheibenkontakt eingebrachte Querkraft an den benachbarten Innendraht weitergegeben wird und zusätzlich durch die Seilbiegung eine hohe Zugspannung im Außendraht vorliegt.

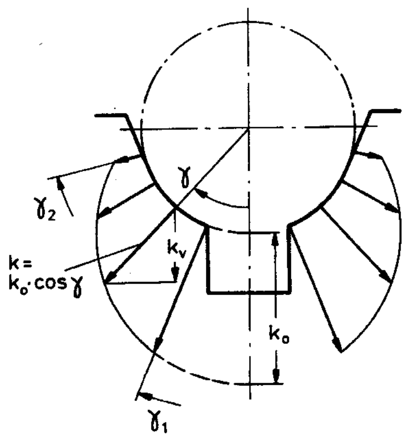


Bild 4.19: Pressung zwischen Seil und Rundrille für eine idealisierte glatte Seiloberfläche [Fey1]

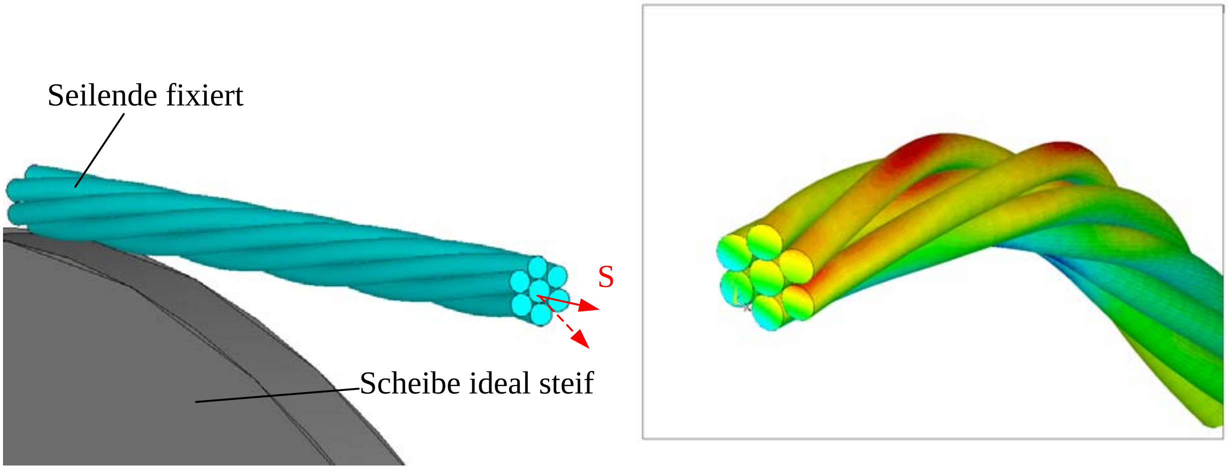
[Jeh1] teilt die Streckenkraft g nach Gl. (4.21) gleichmäßig auf die die Scheibe berührenden Drahtkuppen auf, woraus sich die Drahtkuppenkraft für eine einfache Litze nach Gl. (4.22) mit der Anzahl z_L der Außendrähte ergibt:

$$g = \frac{2\,S}{D}\,, \qquad (4.21)$$

$$F_K = g\,\frac{L}{z_L}\,. \qquad (4.22)$$

Simulation mit der Finite Elemente Methode

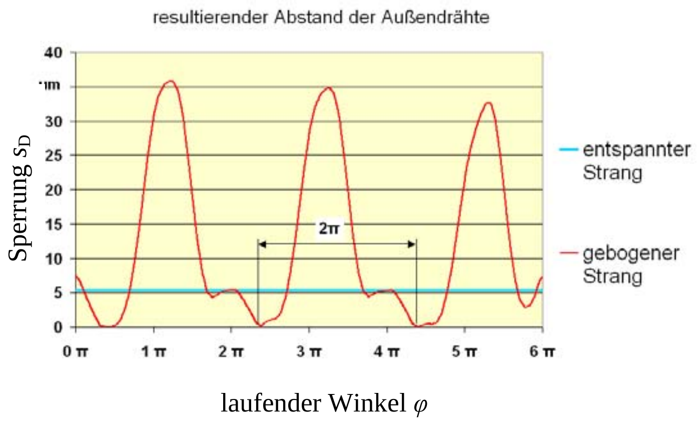
Zunächst ist auch hier die in Kap. 4.3.1 behandelte Litze des Typs 0,365+7x0,35 Gegenstand der Untersuchung. Wiederum ist das eine Seilende fixiert und das andere gegen Verdrehen gesichert sowie mit der gewünschten Axialkraft belastet. Durch schrittweise Änderung der Richtung des Kraftvektors wird der Zugstrang daraufhin über eine als ideal steif betrachtete glatte Seilscheibe gebogen (Bild 4.20a). Die Axialkraft drückt das Seil gegen die Scheibe, die vom Biegemittelpunkt abgewandten Außendrahtabschnitte verschieben sich nach Bild 4.20b merklich, d.h. die Sperrung s_D, also der Abstand zwischen den Drähten der Außenlage, vergrößert sich an diesen Stellen deutlich. Beträgt nach [Fey1] die Sperrung für dieses Seil im geraden, entspannten Zustand konstant ca. 5 bis 6 µm, so ergibt die Biegesimulation bei einer Modellierung von drei Schlaglängen den in Bild 4.21a dargestellten Verlauf über φ zwischen zwei nach Bild 4.21b gewählten Außendrähten. Erwartungsgemäß ist eine Periodizität über 2π zu erkennen. Die geringfügigen Unterschiede in den Amplituden können auf die in diesem Fall auf drei Schlaglängen reduzierte Modellgröße zurückgeführt werden.



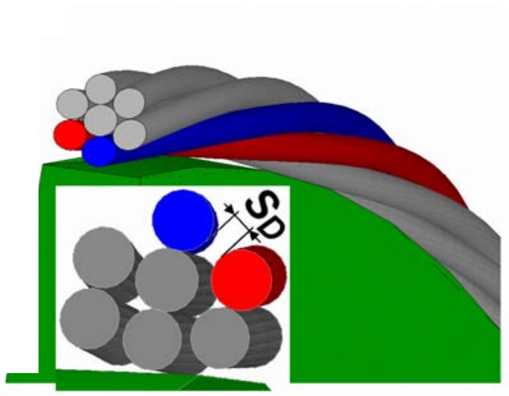
a) *b)*

Bild 4.20: Biegung der Litze über eine glatte Scheibe (Modell einer Schlaglänge)

a) Randbedingungen, b) gebogenes Seil (Seilscheibe ausgeblendet, Farbdarstellung der ersten Hauptspannung)



a)



b)

Bild 4.21: Sperrung im gebogenen Seil

a) berechneter Verlauf über drei Schlaglängen (D=50 d_S, S=200 N), b) Definition der Sperrung s_D am ausgewählten Drahtpaar (überhöht dargestellt), Zustandφ=0 an der Stirnseite links oben im Bild dargestellt

Die vonMises-Vergleichsspannung in den Drahtquerschnitten besitzt einen deutlichen Gradienten entsprechend der Seilbiegung und reicht bis ca. 1750 N/mm² (Bild 4.22). Prinzipielle Unterschiede zwischen Kerndraht und Außendrähten, wie sie bei reiner Zugbelastung (s. Bild 4.11a) auftreten, sind nicht mehr vorhanden. Durch die relativ hohen Biegespannungen tritt der Einfluss der Kontaktpressungen zwischen den Drähten auf die Vergleichsspannung in den Hintergrund. Wie in [Fey1] erwartet, liegt das Spannungsmaximum $\sigma_{vM_{max}}$ an der Drahtrückseite des mit der Scheibe in Kontakt stehenden Außendrahtes.

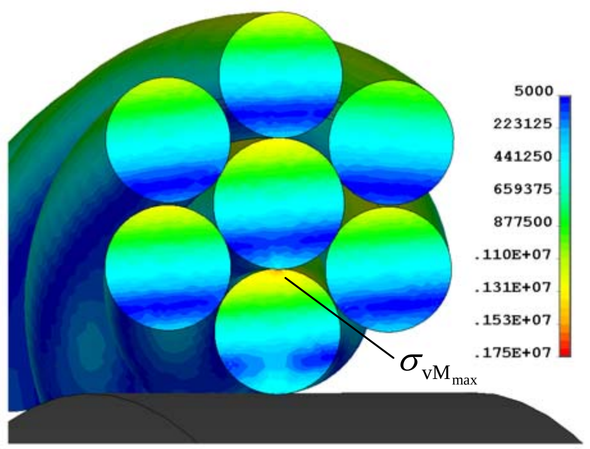


Bild 4.22: vonMises-Vergleichsspannung in der Litze 0,365+6x0,35 in mN/mm² bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=300 N)

Deutliche Abweichungen zwischen den Spannungsbildern fallen jedoch bei Betrachtung der verschiedenen Seilabschnitte auf. Bild 4.23 zeigt die Kontaktbereiche zwischen Seil und Scheibe. Berührung tritt danach nur an den Stellen auf, wo genau ein Außendraht der Scheibe gegenüberliegt. Dort werden relativ hohe Druckspannungen in das Seil eingeleitet, anhand der dritten Hauptspannungen in Bild 4.24a dargestellt. Diese reichen betragsmäßig mit bis ca. 1060 N/mm² fast an die Größenordnung der maximalen Längsspannungen von 1380 N/mm² in Bild 4.25a heran. In den Bereichen ohne Kontakt zur Scheibe (Bild 4.24b) entstehen Druckspannungen lediglich durch den wesentlich geringeren Kontaktdruck der Drähte untereinander sowie durch die Seilbiegung und haben einen maximalen Betrag von 230 N/mm².

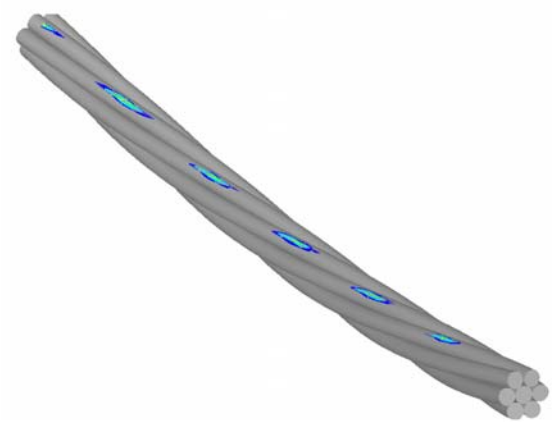
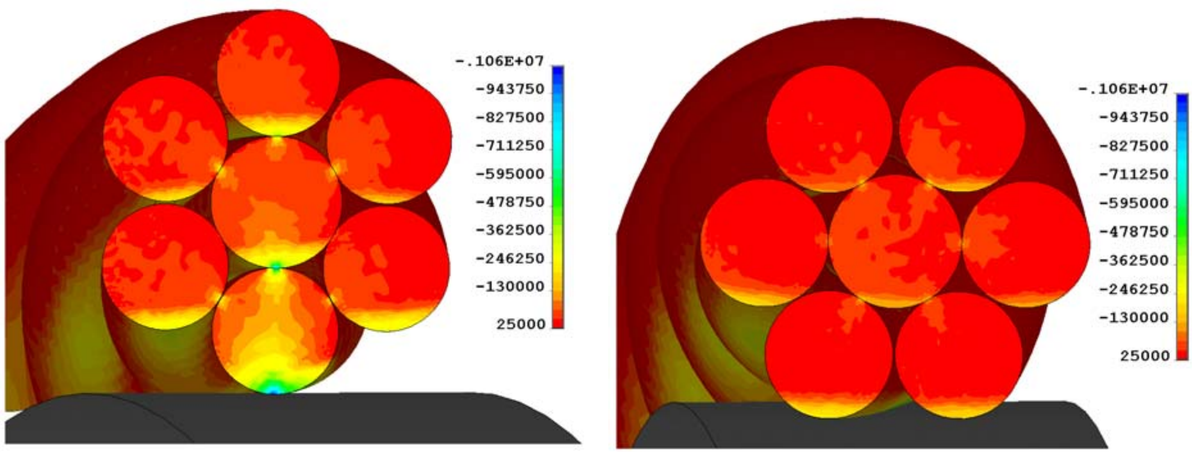


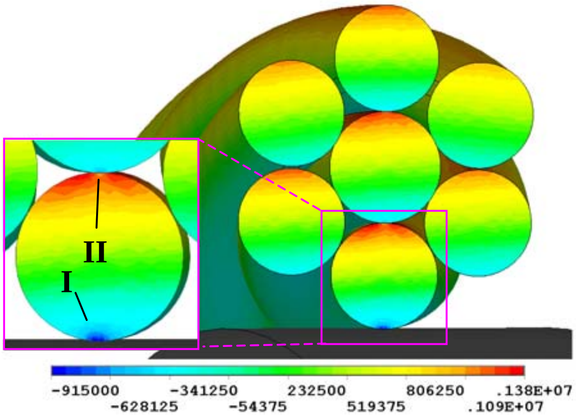
Bild 4.23: Kontaktstellen zwischen Seil und glatter Scheibe



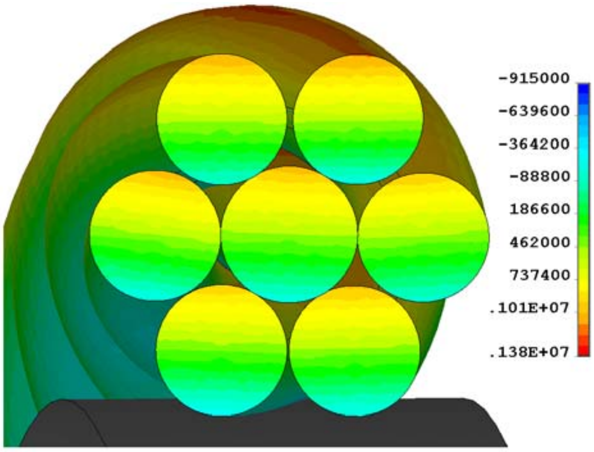
a) *b)*

Bild 4.24: Verteilung der dritten Hauptspannung im Strangquerschnitt in mN/mm² (D=100 d_S, S=300 N)

a) an Kontaktstelle zur Scheibe, b) Bereiche ohne Kontakt zur Scheibe



a)



b)

Bild 4.25: Verteilung der Seillängsspannung im Strangquerschnitt in mN/mm² (D=100 d_S, S=300 N)

a) an Kontaktstelle zur Scheibe, b) Bereiche ohne Kontakt zur Scheibe

Auch die Längsspannungen sind hier etwas niedriger (Bild 4.25b), da durch das nur örtliche Abstützen des Seils auf der Scheibe die kreisförmige Seilbiegung noch durch zusätzliche lokale Biegungen überlagert wird. Wo kein Kontakt mit der Scheibe existiert, rückt das Seil näher an diese heran. Das verdeutlicht Bild 4.26 durch die periodische Änderung der Axialspannungen im Kerndraht. Hier repräsentieren die rot dargestellten Abschnitte die Gebiete mit erhöhter Spannung über den Kontaktbereichen. Obwohl die Abweichungen der Kerndrahtlage von der idealen Kreisform nur wenige Mikrometer betragen, schwankt die Zugspannung in der Außenfaser zwischen 1050 und 1300 N/mm².

Auch die durch die Biegung erzeugte Druckspannung in Längsrichtung des Seils wird an den Kontaktstellen zur Scheibe erhöht (s. Bereich I in Bild 4.25a). Grund hierfür ist die durch den Kontaktdruck im Draht erzeugte Querkontraktion, die jedoch andererseits die maximalen Zugspannungen in den Kontaktbereichen der Drähte untereinander im Gegensatz zur Vergleichsspannung etwas reduziert (Bereich II).

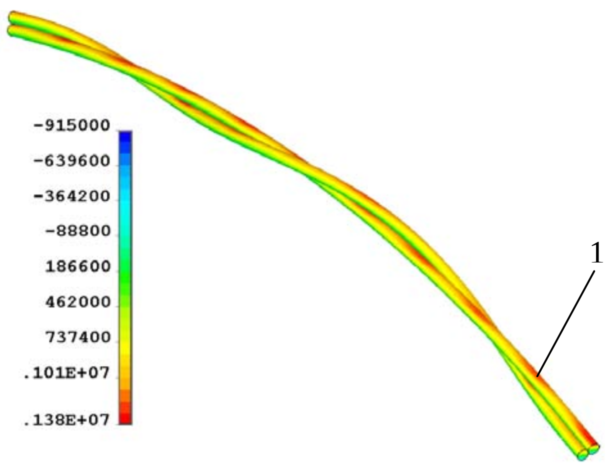


Bild 4.26: Verlauf der Längsspannung in mN/mm² im Kerndraht 1 und in einem Außendraht über zwei Schlaglängen bei Biegung mit D=100 d_S und Zugbelastung S=300 N

In dem im Elastomer des Zahnriemens eingebetteten Zugstrang sind diese Effekte durch den fehlenden direkten Kontakt zur Scheibe natürlich nicht in dem Maße zu erwarten; mit den dabei auftretenden Beanspruchungen wird sich Kap. 4.6 befassen. Wie jedoch schon in Kap. 2 erwähnt, sind auch bei Zugsträngen für Zahnriemen Aussagen zur Lebensdauer oft aus Dauerversuchen abgeleitet, in denen nur der Strang über eine herkömmliche Seilscheibe läuft, die entweder, wie bereits betrachtet, eine glatte Oberfläche oder aber eine Rundrille besitzt. Wird eine solche Scheibe mit Rundrille verwendet, fallen auch die auftretenden Spannungen etwas geringer aus. Das Seil schmiegt sich in die gewölbte Scheibe, wodurch sich die Kontaktflächen zwischen Seil und Scheibe vergrößern. So ist die Länge des Berührungsbereichs der Außendrähte zur Rundrille (r_R=0,55 d_S) in Bild 4.27a 30 bis 40% größer als zur glatten Scheibe in Bild 4.27b, die vonMises-Vergleichsspannung z.B. verringert sich gegenüber der Biegung über die glatte Scheibe (vgl. Bild 4.22) um mehr als 15% (Bild 4.28).

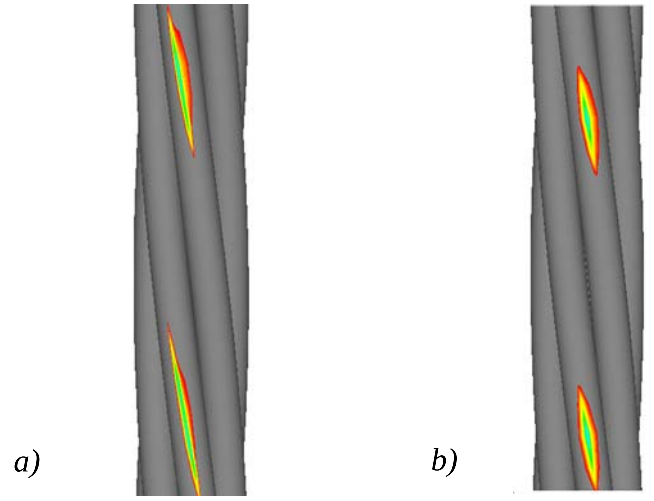


Bild 4.27: Kontaktflächen zwischen Seil und Scheibe (D=100 d_S, S=300 N)
a) Scheibe mit Rundrille (r_R=0.55 d_S), b) glatte Scheibe

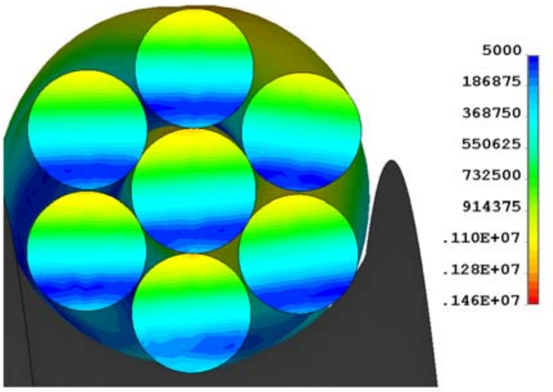
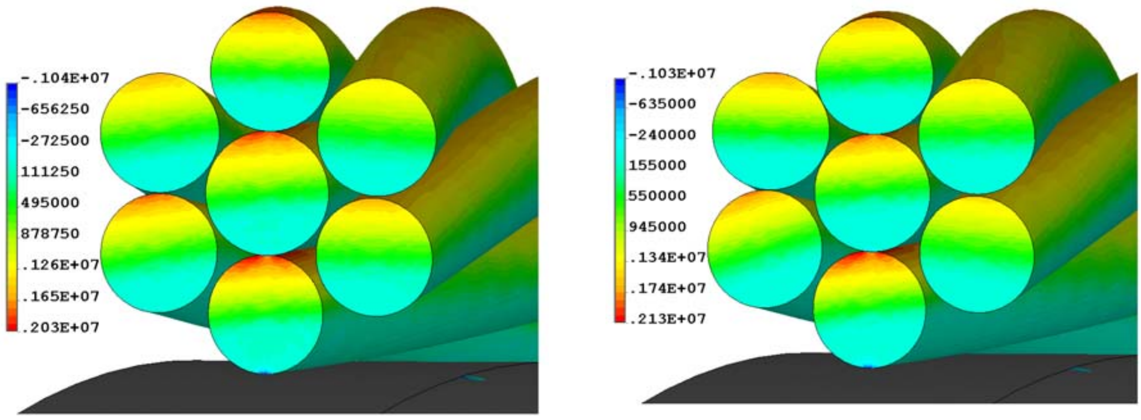


Bild 4.28: vonMises-Vergleichsspannung in der Litze 0,365+6x0,35 in mN/mm² bei Biegung über eine Scheibe mit Rundrille (D=100 d_S, S=300 N)

Vergleicht man die Ergebnisse mit den bei Biegung auftretenden Spannungen in der Litze 7x0,35, sind sowohl bei Anwendung einer glatten als auch einer Scheibe mit Rundrille nur geringfügige Unterschiede zu erkennen. Im Gegensatz zur reinen Zugbelastung, bei der zwar die Maximalspannungen beider Seiltypen ähnlich, die Spannungsverteilungen jedoch deutlich verschieden ausfallen, stimmen nun auch letztere weitgehend überein. Der Biegeverlauf in den Drähten dominiert auch hier das Aussehen. Selbst bei sehr hohen Biegebeanspruchungen (D = 60 d_S, S =300 N) liegen die maximalen Spannungen in der Litze mit 0,35 mm-Kerndraht nur ca. 5 Prozent über denen der Litze mit etwas größerem Innendraht, wie Bild 4.29 anhand der ersten Hauptspannungen bei Biegung über eine glatte Scheibe zeigt, obwohl sehr gut zu erkennen ist, dass sich bei letzterer zwischen den von der Scheibe abgewandten Drähten eine deutlich sichtbare Lücke bildet, die Außendrähte also erwartungsgemäß beweglicher sind.

Durch die Biegung und den Kontakt zur Scheibe bestehen nun auch bei der Litze 7x0,35 definierte Berührungsbereiche zwischen Kerndraht und Außenlage, die zwischen den Außendrähten übertragenen Kontaktdrücke sind vergleichsweise gering.



a) *b)*

Bild 4.29: Verteilung der ersten Hauptspannung im Strangquerschnitt in mN/mm² bei hoher Biegebelastung (D=60 d_S, S=300 N) an der Kontaktstelle zur Scheibe
a) Konstruktion 0,365+6x0,35, b) Konstruktion 7x0,35

Vergleich zwischen den Ergebnissen der Simulation und den theoretischen Ansätzen

Nach Gl. (4.16) von *Reuleaux* ergibt sich für die betrachtete Konstruktion 0,365+6x0.35 bei einem Biegeverhältnis D/d_S=100 in der Außendrahtlage eine Biegespannung von ca. ±690 N/mm². Durch Addition der aufgrund der Seillängskraft erzeugten Zugspannung in den Drähten von 453 N/mm² nach Gl. (4.6) bzw. Tabelle 4.1 resultiert demzufolge eine Drahtlängsspannung zwischen etwa –240 und 1140 N/mm². Bild 4.30b zeigt einen mithilfe der FEM berechneten Verlauf der Drahtlängsspannung im Außendraht nach Bild 4.30a. Die Position des Drahtes im Seil entspricht dabei der des rechtsliegenden Außendrahtes in Bild 4.26b. Hier schwanken die Werte zwischen –110 und 1000 N/mm². Wie jedoch z.B. [Schi] feststellt und wie auch Bild 4.25 veranschaulicht, ändern sich die Biegespannungen im Draht in Abhängigkeit des Winkels φ deutlich. Bild 4.31a stellt den mit der FEM berechneten Verlauf der maximalen und minimalen Axialspannungen im Querschnitt eines Außendrahts über zwei Schlaglängen dar. Die römischen Ziffern sind den Bereichen in Bild 4.31b zugeordnet. Gegenüber der glatten Scheibe sind die Spannungsspitzen bei Biegung in einer Rundrille deutlich reduziert, qualitativ sind die Kurven, abgesehen von einem leichten Phasenversatz, jedoch nahezu gleich.

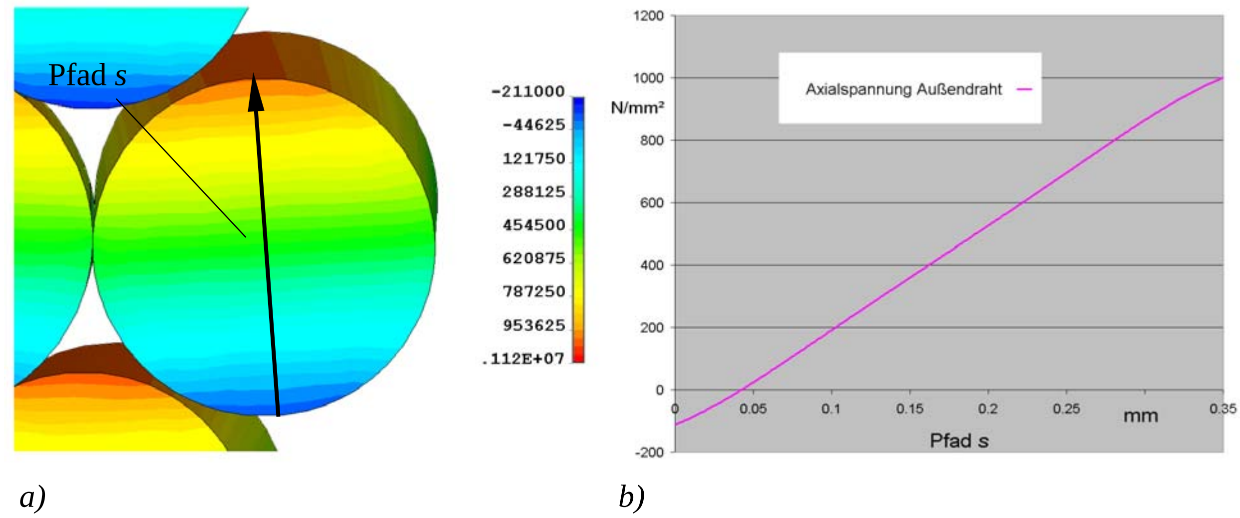


Bild 4.30: Axialspannung im Außendraht (längs zur Drahtachse) der Konstruktion 0,365+6x0,35 bei Biegebelastung (D=100 d_S, S=300 N)

a) Lage des Pfades im Drahtquerschnitt, Drahtlängsspannung in mN/mm² , b) Verlauf der Axialspannung entlang des Pfades s

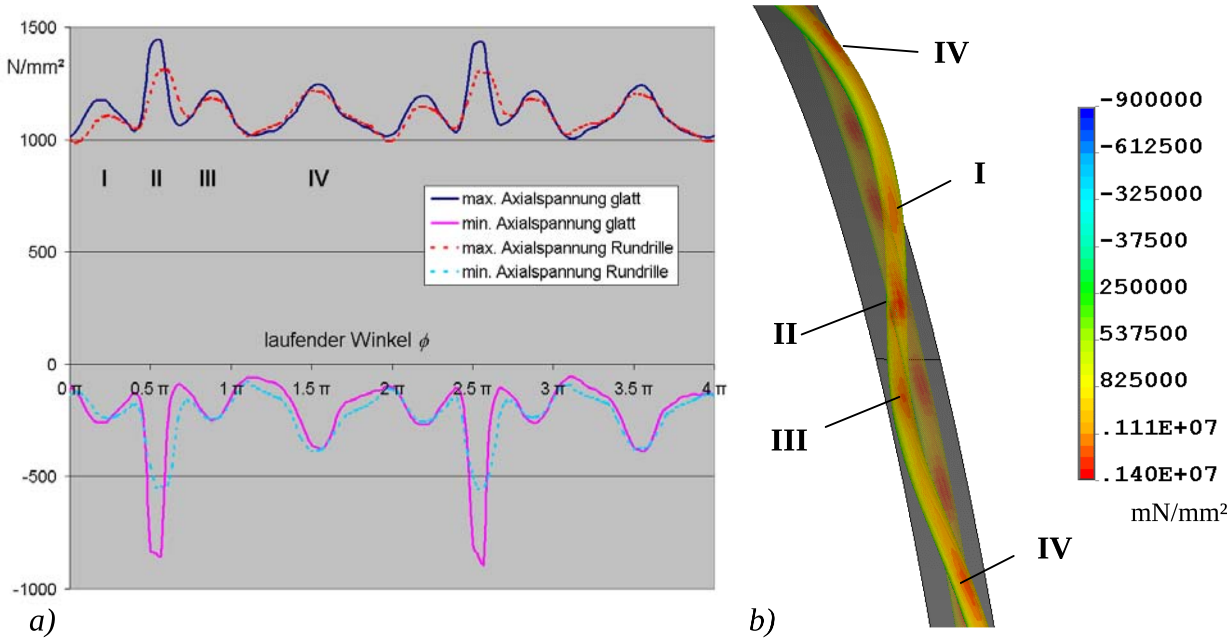


Bild 4.31: Verlauf der Axialspannung im Außendraht der Konstruktion 0,365+6x0,35 bei Biegebelastung (D=100 d_S, S=300 N)

a) minimale und maximale Spannungswerte über zwei Schlaglängen ,

b) Zuordnung der Drahtbereiche I bis IV (Kerndraht transparent dargestellt)

Vermindert man diese Axial- um die durch die Seilzugkraft hervorgerufene Zugspannung im Draht von 440 N/mm² nach Tabelle 4.1 und normiert diese, hier reduzierte Axialspannung $\sigma_{a,red}$ genannt, auf die ermittelte *Reuleaux*-Spannung von ±690 N/mm², kann der resultierende Verlauf mit den Kurven aus Bild 4.18 verglichen werden. Eine solche Gegenüberstellung zeigt Bild 4.32 anhand der Ergebnisse für die glatte Scheibe. Allerdings unterliegt die reduzierte Axialspannung noch den durch die Querkontraktion verursachten Spannungsänderungen an den Kontaktstellen nach Bild 4.25a. Im Bereich IV nach Bild 4.31b stimmen die minimale und die maximale reduzierte Spannung in etwa überein, wogegen Bereich II deutliche Unterschiede aufweist, die auf den Einfluss der Querkontraktion zurückzuführen sind. In Bereich IV repräsentieren demzufolge die reduzierten Spannungen in etwa die Biegespannungen, wohingegen in Bereich II die tatsächlichen Biegespannungen zwischen beiden Werten zu suchen sind. In beiden Bereichen wird die Spannung nach *Reuleaux* deutlich überschritten. Liegt im Bereich IV die Spannung mit dem 1,2-fachen der *Reuleaux*-Spannung noch ungefähr innerhalb der mit konstantem Biegeverhältnis vorhergesagten Schwankungsbreite, wird sie im Bereich II mit dem 1,5- bis 1,8-fachen deutlich übertroffen. Allerdings verringern sich diese Werte bei Einsatz der Rundrille auf das 1,3- bis 1,5-fache der Spannung nach *Reuleaux*. Des weiteren sind genau die Bereiche II und IV nach der Theorie die Gebiete, wo der Außendraht mit der Seilkrümmungsebene den Schlagwinkel α einschließt und demzufolge die geringste Biegespannung aufweisen sollte. Die im Gegensatz dazu an diesen Stellen liegenden Maxima in der Simulation lassen sich wiederum mit den zusätzlichen lokalen Biegungen über den Kontaktstellen zur Scheibe erklären, wie bereits zu Bild 4.26 ausgeführt. Dies gilt gleichermaßen für die glatte Scheibe wie auch, wenngleich etwas schwächer ausgeprägt, für die Rundrille.

Ähnlich also dem Zahnriemen, der bedingt durch die eingreifenden Zähne bei der Biegung um die Zahnscheibe den Polygoneffekt zeigt, verhält sich auch das Seil bei Biegung um eine Seilscheibe aufgrund der Stützstellen der Außendrähte.

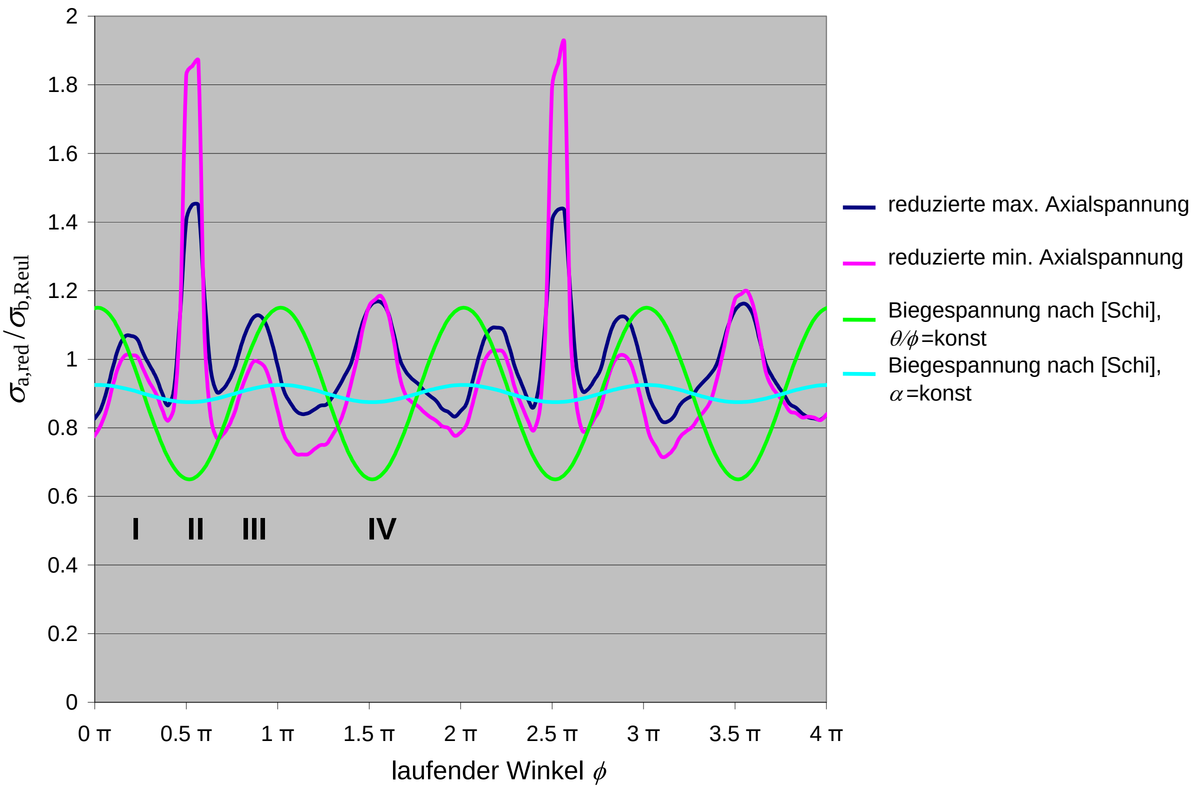


Bild 4.32: Vergleich des reduzierten Axialspannungsverlaufs bei glatter Scheibe mit der Biegespannung nach [Schi] über zwei Schlaglängen bei Biegung mit D=100 d_S und Zugbelastung S=300 N, normiert auf die Reuleaux-Spannung

Die Simulation ermittelt sowohl für die glatte als auch für die Scheibe mit Rundrille eine Drahtkuppenkraft von ca. 18 N, das entspricht in etwa der Drahtkuppenkraft nach [Jeh1], Gl. (4.22), die knapp 17 N beträgt.

Der maximale Kontaktdruck ist mit 900 N/mm² bei der glatten Scheibe bzw. 550 N/mm² bei der mit Rundrille jedoch um ein Vielfaches höher als nach Gl. (4.20) vorhergesagt. Für einen angenommenen Rillenöffnungswinkel $\gamma_2 = 60°$ ergibt diese lediglich eine maximale Seilpressung von rund 7 N/mm². Ursache hierfür ist die zugrundeliegende Vereinfachung des Seils zu einem gebogenen Zylinder und die damit als viel zu groß angenommene Kontaktfläche zwischen Seil und Scheibe (vgl. Bild 4.19 und Bild 4.27).

4.3.3 Zusammenfassung

Für die einfache Litze 1+6 existieren umfangreiche analytische Betrachtungen, die die mechanischen Beanspruchungen der Drähte sowohl bei Seilzugbelastung als auch bei reiner Biegung beschreiben. Bei reiner Zugbeanspruchung stimmen die analytischen Ergebnisse, abgesehen von den Torsionsspannungen, mit denen der Simulation für die

Konstruktion 0,365+6x0,35 gut überein und ermöglichen eine nahezu vollständige Erfassung der inneren Vorgänge. Für die Kontaktdrücke zwischen den Außendrähten und dem Kerndraht gilt dies jedoch nur, solange keine plastischen Verformungen auftreten. Ebenso stoßen diese Betrachtungen bei der Konstruktion 7x0,35 an ihre Grenzen, da hier die Außendrähte ein Gewölbe bilden, so dass z.B. die Gl. (4.7) für den Schnürdruck nicht mehr anzuwenden ist. Bei Biegung um eine Seilscheibe können die Einflüsse der Kontaktkräfte auf das gesamte Seilverhalten mit den herkömmlichen Methoden nicht berücksichtigt werden. Diese sind, wie Bild 4.32 zeigt, jedoch von großer Bedeutung, so dass eine sinnvolle Belastungsanalyse nur mit der Finite Elemente Methode möglich ist, die auch diese Einflüsse abbildet.

4.4 Mehrlagige Rundlitzen

Rundlitzen werden als Bestandteil zwei- oder dreifach verseilter Konstruktionen oder einzeln, in mehrlagiger Ausführung, als Spiralseil genutzt. Zugstränge für Zahnriemen sind in der Regel zweifach verseilt, wobei vor allem in der Kernlitze mitunter auch mehrere Drahtlagen vorhanden sind. In diesem Fall hat der Schlagwinkel der einzelnen Lagen großen Einfluss auf das mechanische Verhalten der Litze. In der Praxis sind zwei spezielle Konstruktionsvarianten mehrlagiger Litzen von besonderer Bedeutung, die sogenannten Standardlitzen und die Parallelschlaglitzen.

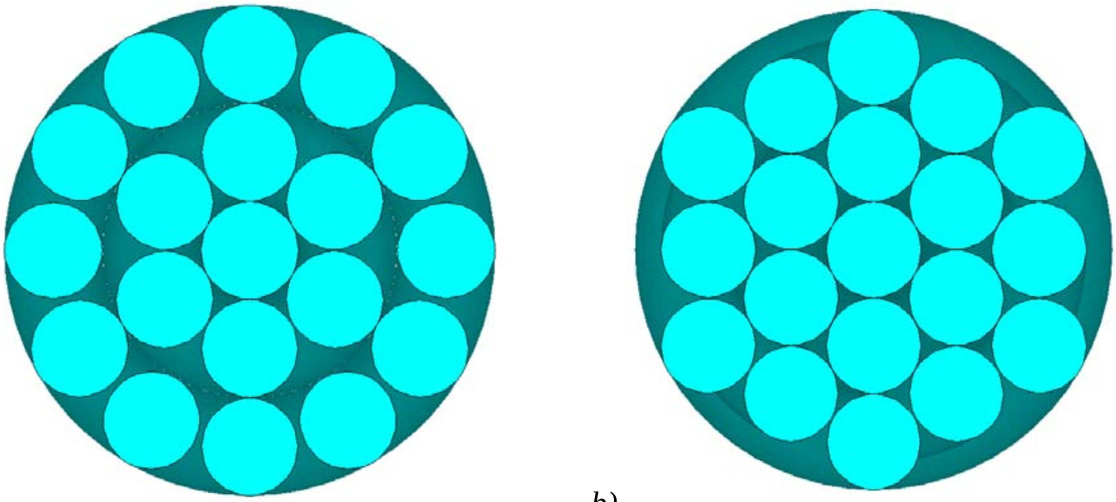
Standardlitzen besitzen in jeder Drahtlage den gleichen Schlagwinkel, demzufolge sind deren Schlaglängen verschieden. Die tatsächliche Länge der Drähte stimmt jedoch in allen Außenlagen überein, folglich weisen bei Aufbringen einer Zugkraft theoretisch alle Außendrähte die gleiche Zugspannung auf. Konstruktionsbedingt kreuzen sich allerdings die übereinanderliegenden Außenlagen, das heißt, die Drähte der benachbarten Lagen berühren sich punktförmig, wodurch an diesen Stellen bei Belastung des Seils hohe lokale Pressungen und zusätzliche lokale Drahtverformungen, die sogenannten sekundären Biegungen, zu erwarten sind. Werden Standardlitzen in Form von Spiralseilen genutzt, wechselt die Schlagrichtung normalerweise mit jeder äußeren Lage, um das Seil drehungsarm zu halten. Bei mehrfacher Verseilung ist jedoch in allen Drahtlagen der Litze eine einheitliche Schlagrichtung üblich. Hier kann das Seil durch geeignete Anordnung links- und rechtsgeschlagener Litzen sowie durch Verseilung zum Kreuzschlagseil drehungsarm gehalten werden.

Parallelschlaglitzen haben hingegen in allen Außenlagen die gleiche Schlaglänge und somit verschiedene Schlagwinkel. Die äußeren Drähte werden durch jeweils zwei Drähte der darunter liegenden Lage gebettet, so dass zwischen allen Drähten Linienberührung auftritt. Hierfür ist natürlich eine hohe Fertigungsgenauigkeit notwendig. Außerdem weisen im Gegensatz zur Standardlitze die Außenlagen bei Seilzugbelastung keine einheitliche Zugspannung mehr auf. Laut [Fey1]und [Jeh1] überwiegen jedoch die Vorteile der Linienberührung zwischen den Drähten diesen Nachteil deutlich, was sich in einer höheren Lebensdauer von Seilen mit Parallelschlaglitzen sowohl bei Zugschwellbelastung als auch beim Lauf über Seilscheiben ausdrückt. Laut [Jeh1] kommt noch ein weiterer Vorteil hinzu: Parallel geschlagene Litzen haben durch ihren kompakten Aufbau bei gleichem Durchmesser einen größeren metallischen Querschnitt, erreichen damit also eine größere Bruchkraft.

Unabhängig von der Lagenzahl handelt es sich sowohl bei den Standard- als auch den Parallelschlaglitzen immer noch um einfach verseilte Konstruktionen, das heißt, die Raumkurven der Außendrahtachsen können wie schon beim Litzentyp 1+6 mit den noch relativ unkomplizierten Helixgleichungen (4.1) bis (4.3) beschrieben werden. Dementsprechend erfolgen auch die in der Literatur angeführten Belastungsberechnungen nach den in Kap. 4.3.1 und 4.3.2 genannten Gleichungen. Allerdings sind damit insbesondere die Wechselwirkungen zwischen den Außenlagen nicht mehr ausreichend zu erfassen. Nach [Fey1] gibt es auch hier einige Ansätze, insbesondere bezüglich der sekundären Biegespannung bei Standardlitzen, jedoch sind diese aufgrund ihrer Komplexität nur sehr schwer zu handhaben.

Zwar sind mehrlagige Litzen in Zugsträngen für Zahnriemen in der Regel nur als Bestandteil zweifacher Verseilungen anzutreffen, aufgrund der Komplexität dieser Konstruktionen sollen die folgenden Betrachtungen mit der FEM jedoch auf Zug- und Biegebelastungen der Litzen beschränkt bleiben. Aber auch daraus lassen sich wichtige Rückschlüsse auf die tatsächlichen Vorgänge im Inneren dieser Litzen in den Zugsträngen ziehen.

Für die Simulation wird sowohl für die Standard- als auch die Parallelschlaglitze ein in der Praxis gebräuchlicher zweilagiger Aufbau mit insgesamt 19 Drähten gleichen Durchmessers von 0,12 mm gewählt. Somit haben beide Konstruktionen den gleichen metallischen Querschnitt (Bild 4.33), was eine direkte Gegenüberstellung erleichtert. Wie schon bei Betrachtung der Litze 1+6 ist der Strang zunächst an einem Ende fixiert und am anderen gegen Verdrehen gesichert. Nach Aufbringen der gewünschten Zugkraft wird die Litze durch schrittweises Ändern der Richtung des Kraftvektors daraufhin über eine steife Scheibe gebogen. Mit 440 N/mm² Seilzugspannung und einem Biegeverhältnis $D/d_S = 100$ entsprechen die äußeren Belastungen sowie die verwendeten Werkstoffparameter den schon bei der Konstruktion 1+6 angesetzten Werten.



a) *b)*

Bild 4.33: Querschnitt der zweilagigen Litzen
a) Standardlitze, b) Parallelschlaglitze

4.4.1 Belastungsverhalten der Standardlitze

Die gewählte Litze hat den Aufbau (1+6+12)x0,12 mm mit einem Schlagwinkel von ca. 10,7° im Rechtsschlag, woraus sich für die erste Drahtlage eine Schlaglänge von 4 mm und für die zweite eine von 8 mm ergibt. Aus den vorgegebenen Werten für Seilzugspannung und Biegeverhältnis leitet sich eine Seilzugkraft von ca. 95 N und ein Seilkrümmungsdurchmesser von 60 mm ab. Doch zunächst soll nur die reine Zugbelastung betrachtet werden. Bild 4.34 zeigt die Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung nach Aufbringen der Zugkraft. Deutlich erkennbar ist ein wiederkehrendes Muster wechselnder Spannungsminima (blau) und –maxima (rot) in der zweiten Außenlage, wohingegen die erste Außenlage offenbar keine so ausgeprägten Schwankungen aufweist. Grund dafür sind die bereits erwähnten Punktberührungen zwischen den Außendrahtlagen und die damit verbundenen sekundären Biegungen. Die roten Bereiche auf den Außenseiten kennzeichnen die Gebiete, in denen Kontakt zwischen den Außenlagen vorliegt, wohingegen sich in den blauen Bereichen der verseilte Draht ohne Kontakt zur ersten Außenlage durch die Zugspannung ein wenig gerade richtet, was die Existenz der vorhergesagten sekundären Biegespannungen bestätigt.

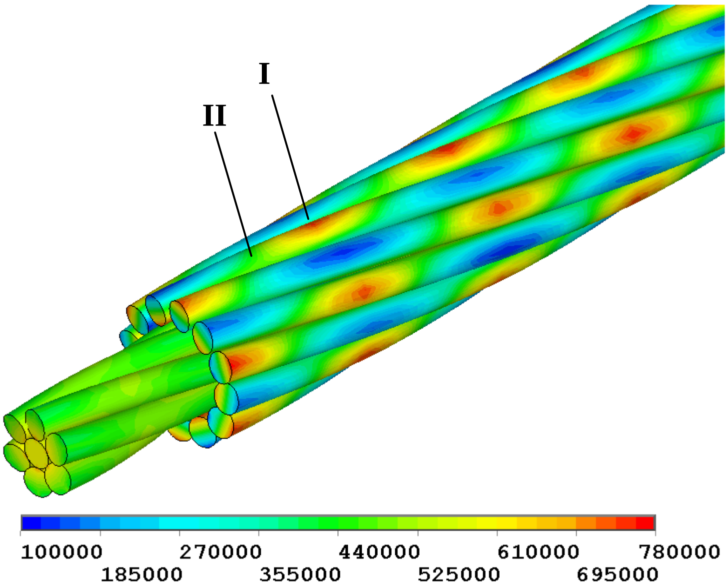


Bild 4.34: Verteilung der von-Mises-Vergleichsspannung in mN/mm² in der Standardlitze bei Zugbelastung S=95 N (zweite Außenlage teilweise ausgeblendet)

Dies zeigen auch die großen, jedoch von Draht zu Draht in ihrer Richtung entgegengesetzten Gradienten der Drahtlängsspannung im Strangquerschnitt der zweiten Außenlage in Bild 4.35. Dargestellt ist hier der Schnitt durch die Litze an den Kontaktstellen zwischen den Außenlagen, in Bild 4.34 als Bereich I gekennzeichnet. Aus Bild 4.35b kann man für die zweite Außenlage eine maximalen Biegespannung von etwa 400 N/mm² und für die erste von immerhin noch etwa 100 N/mm² ablesen. Allerdings nimmt die Spannung in allen Drähten der ersten Außenlage nach außen hin ab. Nach Gl. (4.11) dürfte die durch die Streckung der Drahtwendel bedingte Biegespannung in der ersten Lage nur knapp 20 N/mm² betragen. Der wesentlich größere tatsächliche Wert ist folglich ebenfalls auf die Wechselwirkung mit der darüber liegenden zweiten Lage zurückzuführen. Betrachtet man hingegen den Querschnitt im Bereich II nach Bild 4.34, entsteht eine deutlich abweichende Spannungsverteilung (Bild 4.36). Zwischen den Außenlagen besteht hier kein Kontakt. Der maximale Biegespannungsanteil der ersten Außenlage beträgt etwa 70 N/mm², allerdings nimmt die resultierende Längsspannung diesmal von innen nach außen zu. Die zweite Außenlage, deren Biegerichtung hier nicht mehr zur Litzenachse gerichtet ist, zeigt eine maximale Biegespannung von ca. 120 N/mm², allerdings ist die sich insgesamt ergebende Drahtlängsspannung sogar kleiner als in der ersten Außenlage. Die Begründung ist in der Verteilung der Zugspannung in den einzelnen Lagen zu suchen. Nach Gl. (4.6) wären für den Kerndraht etwa 490 N/mm² und für die Außenlagen 465 N/mm² zu erwarten. Zwar zeigt der Kerndraht, wie schon bei der Konstruktion 7x0,35, eine homogene Spannung, die diesmal mit 500 N/mm² nur geringfügig über dem vorhergesagten Wert liegt, die Zugspannung in der ersten Außenlage übertrifft laut Bild 4.35b mit ebenfalls etwa 500 N/mm² jedoch deutlich die Erwartungen, während die Zugspannung der zweiten Außenlage mit 400 N/mm² um einiges niedriger ist als nach Gl. (4.6) berechnet. Aufgrund der Möglichkeit der Drähte, sich in den in Bild 4.34 blau zu erkennenden Zonen gerade zu richten, können diese der äußeren Zugbelastung besser nachgeben. Das widerspricht der üblichen Annahme des Wertes von 0,3 für die Litzenquerkontraktion in Gl. (4.6), besonders in der zweiten Außenlage. Die teilweise Entlastung der zweiten hat natürlich eine höhere Zugbelastung der anderen Drahtlagen zur Folge. Damit sind zwar auch die Drahtzugspannungskomponenten nicht, wie in der Literatur angenommen, in allen Lagen identisch, jedoch relativ ähnlich. Aufgrund der zusätzlich auftretenden sehr hohen sekundären Biegespannungen ist dieser Umstand für die tatsächliche Seilbelastung jedoch nicht relevant.

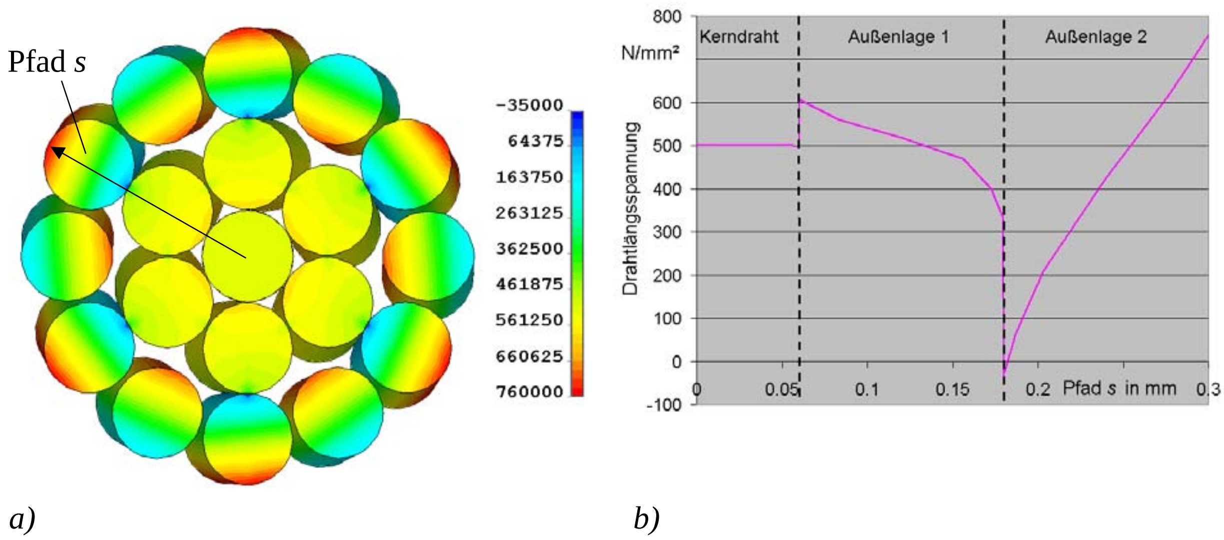


Bild 4.35: Drahtlängsspannung im Strangquerschnitt im Bereich der Stützstellen zwischen erster und zweiter Drahtlage (Bereich I nach Bild 4.34, S=95 N)

a) Spannungsverteilung in mN/mm² und Verlauf des Pfades s, b) Spannungsverlauf entlang des Pfades s

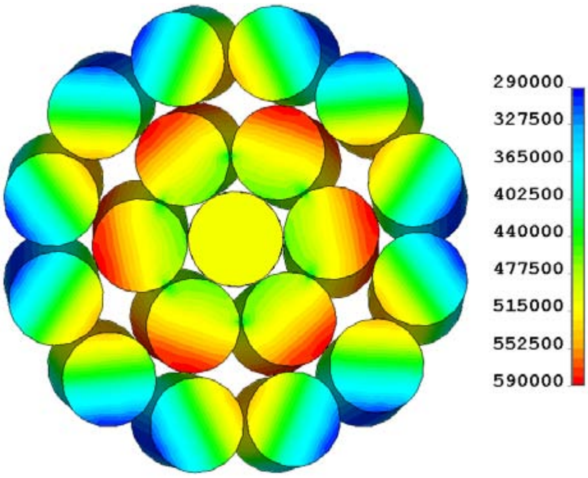


Bild 4.36: Verteilung der Drahtlängsspannung zwischen den Stützstellen von erster und zweiter Drahtlage (Bereich II nach Bild 4.34)

Auch bei Biegung der Litze über eine glatte Scheibe ist ein charakteristisches Muster von wechselnden Spannungsminima und –maxima auf der Außenseite der zweiten Lage zu erkennen (Bild 4.37). Allerdings hat auf dieses Muster neben der gesamten Seilbiegung nun ebenfalls der schon bei der Konstruktion 1+6 beschriebene Polygoneffekt durch die Stützstellen zur Scheibe einen Einfluss. In der hier betrachteten Anordnung fallen die Gebiete der Stützstellen zur Scheibe mit denen der Außenlagen untereinander zusammen, was dort zu einer besonders hohen Seilbelastung führt. Die entsprechenden Spannungsverteilungen sind in Bild 4.38 zu sehen. Demnach tritt die größte Vergleichsspannung an der Oberseite des von der Scheibe abgewandten Außendrahtes auf (in Bild 4.38a mit „I“ gekennzeichnet). Hier überlagern sich die Einflüsse der sekundären Biegespannung und der Seilbiegung am ungünstigsten. Auch am mit „II“ markierten Außendraht ist die Vergleichsspannung noch erhöht, bei den näher zur Scheibe liegenden und sich auf der ersten Drahtlage stützenden Außendrähten wirkt jedoch die Biegung der gesamten Litze diesem Effekt entgegen, so dass die resultierende Spannung wesentlich reduziert wird. Eine weitere Spannungsüberhöhung fällt am mit „III“ bezeichneten Draht auf, welche auf den Polygoneffekt der Litze und die damit verbundene lokal sehr starke Biegung über den auf der Scheibe aufliegenden Außendraht zurückzuführen ist. Vergleicht man die Spannungsverteilung mit den Axialspannungen in Bild 4.38c und den die Kontaktdrücke repräsentierenden dritten Hauptspannungen in Bild 4.38b, ist zu erkennen, dass im Gegensatz zu den lokalen Biegungen die Druckspannungen keinen bedeutenden Einfluss auf die Maxima der Vergleichsspannung haben.

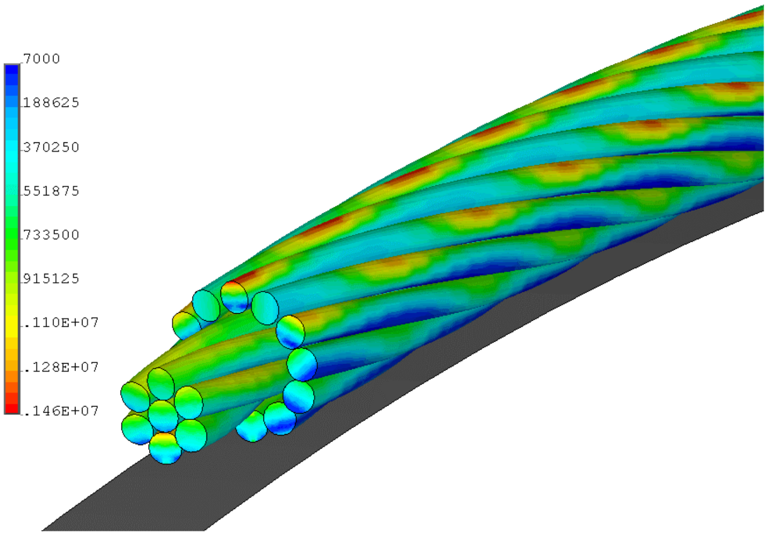
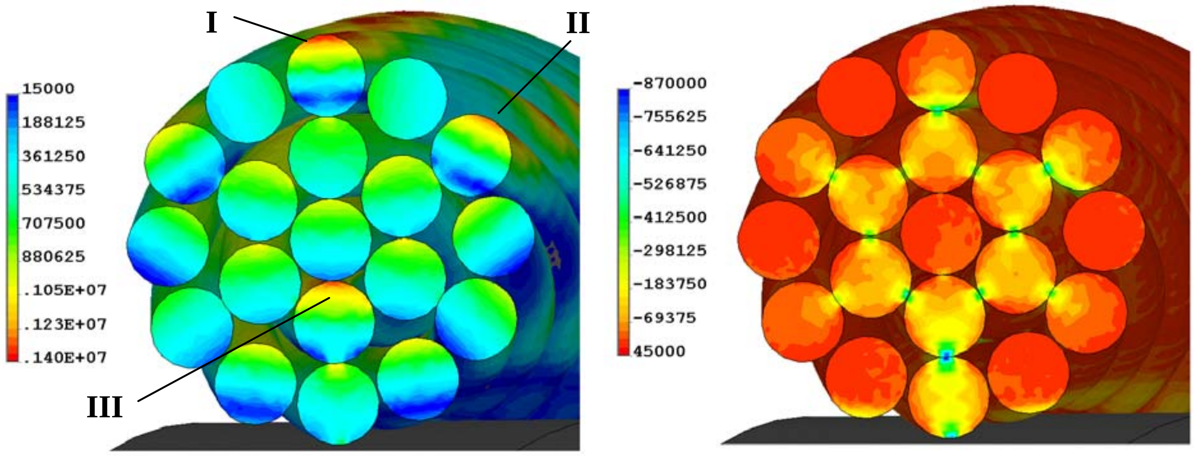
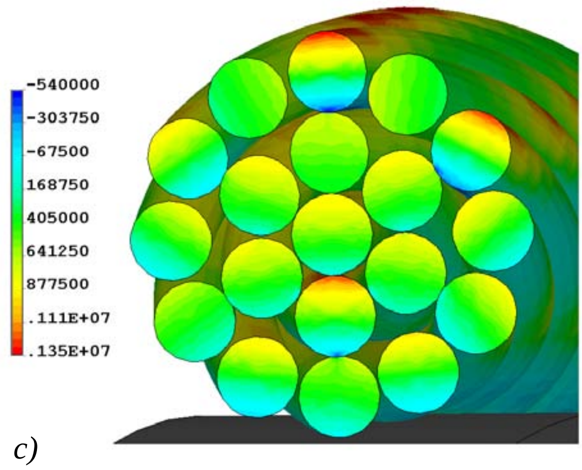


Bild 4.37: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² in der Standardlitze bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=95 N) (zweite Außenlage teilweise ausgeblendet)



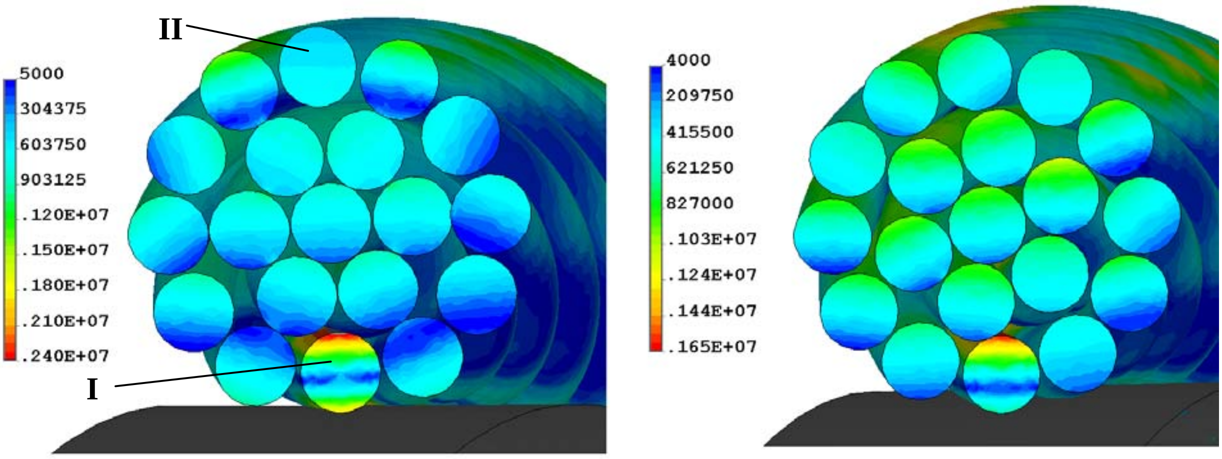
a) *b)*



c)

Bild 4.38: Spannungsverteilung im Strangquerschnitt in mN/mm² in der Standardlitze bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=95 N)
a) vonMises-Vergleichsspannung,
b) dritte Hauptspannung,
c) Axialspannung

Wie erwähnt, wird die hohe Belastung in Draht I nach Bild 4.38 durch die an dieser Stelle sehr ungünstige Überlagerung der Einflüsse von sekundärer Biegespannung und Polygoneffekt des Seils verursacht. Da die zweite Außenlage genau die doppelte Schlaglänge der ersten besitzt, entstehen also, entsprechend der Anzahl der Drähte der zweiten Lage, zwölf dieser Gebiete maximaler Belastung pro Schlaglänge der zweiten Außenlage. Eine abweichende Belastungsverteilung ergibt sich allerdings, wenn das Seil gegenüber dieser Anordnung um 30° um seine Längsachse gedreht auf die Scheibe läuft. Dabei fallen die Positionen von Scheibenberührung und Kontakt der Außendrahtlagen in Seillängsrichtung gesehen zwar ebenfalls zusammen, allerdings haben sowohl der Außendraht mit Kontakt zur Scheibe (Draht I nach Bild 4.39a) als auch jener, der von ihr am weitesten abgewendet ist (Draht II nach Bild 4.39a), keine Berührung mehr zur ersten Außenlage. Das reduziert zwar den Polygoneffekt des Seils und damit die Belastungen fast aller Drähte, aber nun zeigt interessanterweise Draht I eine besonders hohe maximale Vergleichsspannung, deren Wert die Maxima nach Bild 4.38 noch deutlich übersteigt und mit 2400 N/mm² sogar die Elastizitätsgrenze leicht überschreitet. Da er hier nicht durch die erste Außenlage gestützt wird, passt er sich an dieser Stelle der Scheibenkontur an, das heißt, gegenüber seinem Ausgangszustand ist er in die entgegengesetzte Richtung gebogen.



a) *b)*

Bild 4.39: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung im Strangquerschnitt in mN/mm² in der Standardlitze bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=95 N)
a) Litze läuft gegenüber Bild 4.38 um 30° gedreht auf die Scheibe, b) Litze läuft gegenüber Bild 4.38 um 15° gedreht auf die Scheibe (Schnittebene an die Stelle der größten Belastung verschoben)

Läuft das Seil gegenüber Bild 4.38 hingegen nur um 15° gedreht auf die Scheibe, fallen die Kontaktstellen vom Seil zur Scheibe sowie die zwischen den Außenlagen nicht mehr auf die gleiche Querschnittsposition zusammen (Bild 4.39b). Da folglich auch hier der Außendraht an der Berührstelle zur Scheibe nicht von der darunter liegenden Drahtlage gestützt wird, ist auch bei dieser Anordnung die maximale Belastung noch größer als im ersten betrachteten Fall.

Wie das Seil tatsächlich auf die Scheibe läuft, lässt sich in der Realität jedoch kaum beeinflussen. Demzufolge werden im Betrieb meist alle der betrachteten Zustände auftreten, so dass sich eine mittlere Seilbelastung ergibt, die zwischen den ermittelten Werten liegt. Denkbar ist jedoch ebenfalls, dass sich das Standardseil immer in eine „geometrisch günstige" Position dreht. Ob dies tatsächlich so ist und welche Position dies wäre bzw. ob dadurch zusätzliche Torsionsbelastungen auftreten, soll weiterführenden Untersuchungen vorbehalten bleiben.

Ist bei zweilagigen Standardlitzen die Drahtanordnung im Seil noch eindeutig, hat schon bei dreilagigen Konstruktionen die Ausgangsstellung der Drähte während des Verseilens einen deutlichen Einfluss auf die Geometrie des Litzenquerschnitts und folglich mit hoher Sicherheit auch auf das Belastungsverhalten bei Zug und Biegung. Mit dem Winkeloffset φ_0 der einzelnen Außenlagen können die Kontaktpaarungen im Querschnitt beeinflusst werden, wie Bild 4.40 beispielhaft zeigt. Da jedoch Standardlitzen mit Lagenzahl drei oder höher bei Zugsträngen für Zahnriemen keine Bedeutung haben, soll auf diese Unterschiede hier nicht weiter eingegangen werden.

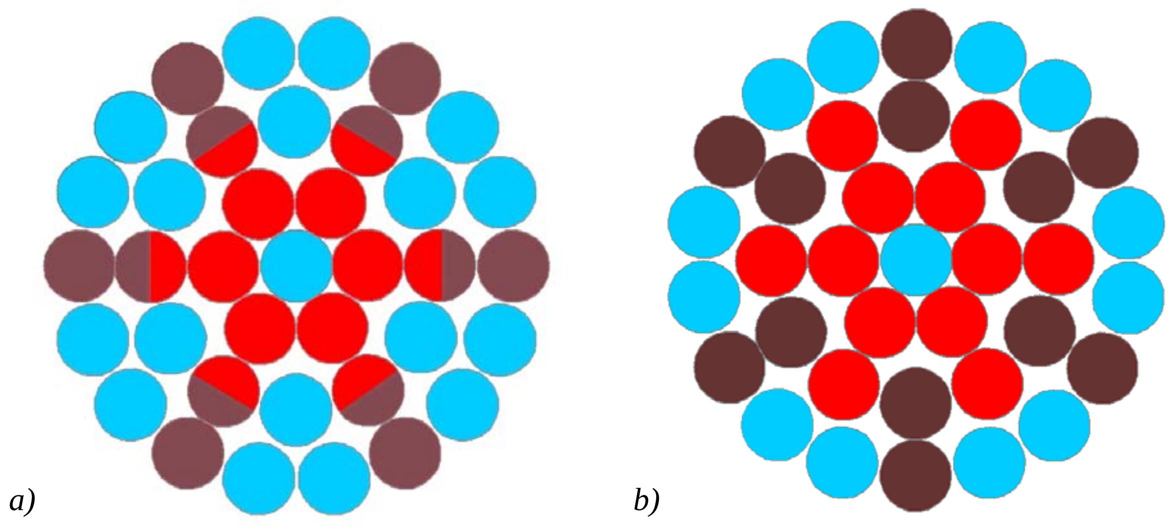


Bild 4.40: Variation des Querschnitts dreilagiger Standardlitzen durch verschiedene Ausgangspositionen der Drahtlagen beim Verseilen

a) Kontaktpaarungen liegen in einer Reihe, b) Kontaktpaarungen sind im Querschnitt versetzt (Kontaktdrähte zwischen erster und zweiter Außenlage rot und zwischen zweiter und dritter braun dargestellt)

Standardlitze mit vergrößertem Kerndraht

Wird im Gegensatz zur betrachteten zweilagigen Standardlitze der Durchmesser des Kerndrahtes auf 0,14 mm erhöht, der der Außendrähte jedoch bei 0,12 mm belassen, erhält man die Konstruktion 0,14 mm+(6+12)x0,12. Bild 4.41 zeigt die Drahtlängsspannungen im Litzenquerschnitt in den Gebieten I und II entsprechend Bild 4.34. Im Gebiet I ähnelt die Verteilung der des Litzentyps (1+6+12)x0,12, es dominieren die Auswirkungen der sekundären Biegungen in der zweiten Außenlage. Deutliche Unterschiede in der Spannungsverteilung treten jedoch im Gebiet II auf. Im Gegensatz zu Bild 4.36 ist die sekundäre Biegung der ersten Außenlage nur noch sehr schwach ausgeprägt, da sich diese Drähte in Linienberührung auf dem Kerndraht abstützen können. Somit tritt die größte Belastung an dieser Seilposition im Kerndraht auf.

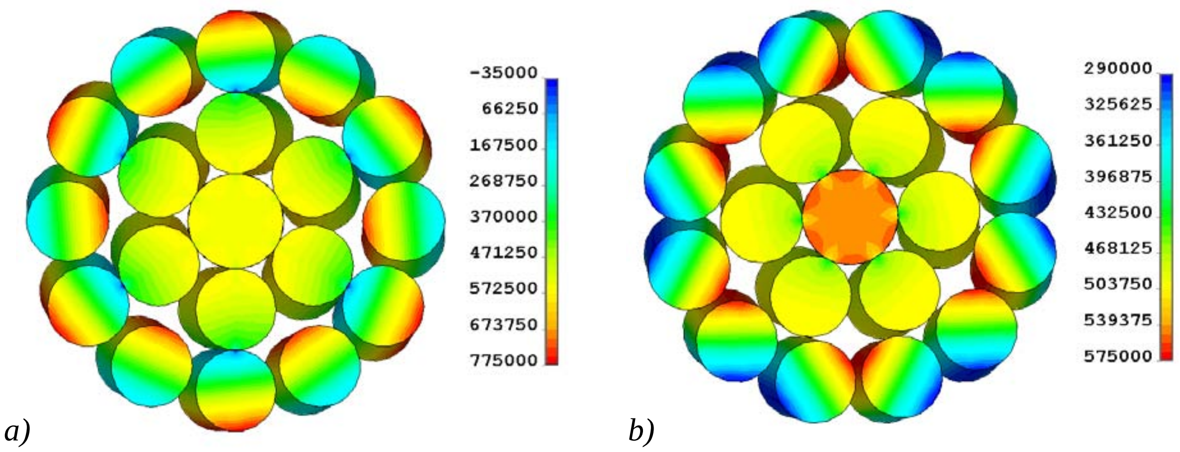


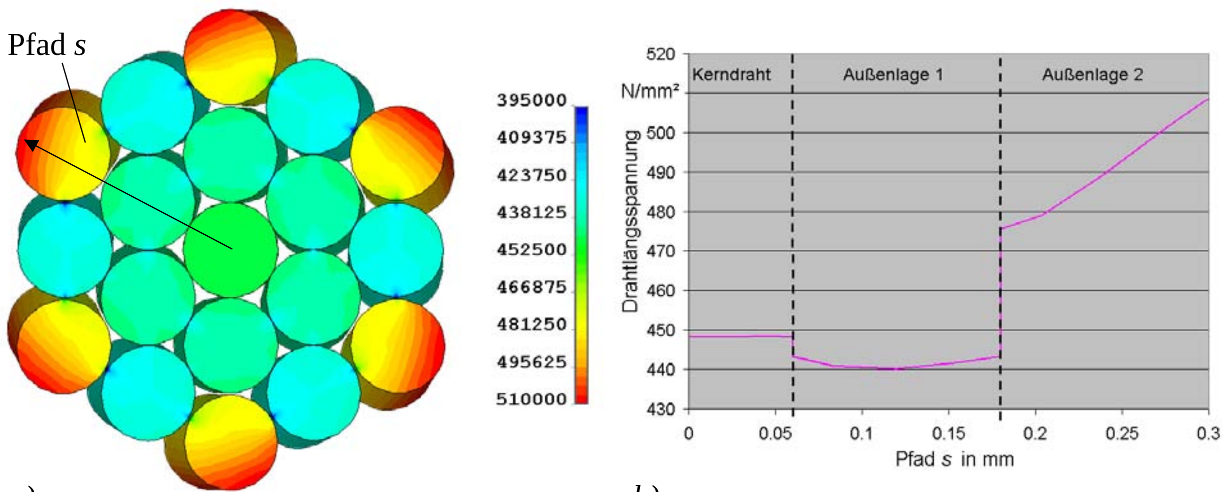
Bild 4.41: Verteilung der Drahtlängsspannung in der Konstruktion 0,14 +(6+12)x0,12 bei Zugbelastung σ_z=440 N/mm²
a) im Gebiet I und b) im Gebiet II entsprechend Bild 4.34

Wie bereits beim Vergleich der Litzen 0,365+6x0,35 und 7x0,35 im Kap. 4.3.2 ergeben sich bei der Biegung über eine Scheibe keine nennenswerten Unterschiede zwischen den Belastungsverteilungen der betrachteten Standardlitzen mit 0,12 mm bzw. 0,14 mm Kerndrahtdurchmesser, weswegen auf eine gesonderte Darstellung der Biegebelastung der letztgenannten Konstruktion verzichtet wird.

4.4.2 Belastungsverhalten der Parallelschlaglitze

Die betrachtete Litze besteht aus 19 gleichartigen Drähten des Durchmessers 0,12 mm, die in der Praxis zusammen in einem Arbeitsgang mit der Schlaglänge von 8 mm verseilt sind. Deshalb wird dieser Litzentyp auch als 19x0,12 bezeichnet. Wie bei der zuvor betrachteten Standardlitze ergibt sich aus den gewählten Werten für Seilzugspannung und Biegeverhältnis eine Seilzugkraft von 95 N und ein Seilkrümmungsdurchmesser von 60 mm.

Die Verteilung der Drahtlängsspannung bei Zugbelastung zeigt Bild 4.42. Sofort fällt die unterschiedliche Belastung der äußeren Drähte auf. Während diejenigen, die durch jeweils zwei Drähte der ersten Außenlage gestützt werden, eine relativ gleichmäßige Zugspannung von nur etwa 430 N/mm² aufweisen, besitzen die Drähte, die von der Litzenachse am weitesten entfernt sind, einen deutlichen Biegespannungsanteil von etwa 20 N/mm², der einer Drahtzugspannung von etwa 490 N/mm² überlagert ist, wohingegen nach Gl. (4.6) für alle Drähte der Außenlage eine Zugspannung von etwa 455 N/mm² zu erwarten wäre. Diese Effekte sind jedoch nicht, wie bei der Standardlitze, auf sekundäre Biegungen zurückzuführen, sondern auf die Querschnittsverengung der Litze bei Zugbelastung. Dadurch finden nicht mehr alle Außendrähte auf dem Umfang Platz; in der Folge werden diese Drähte weiter nach außen gedrängt.



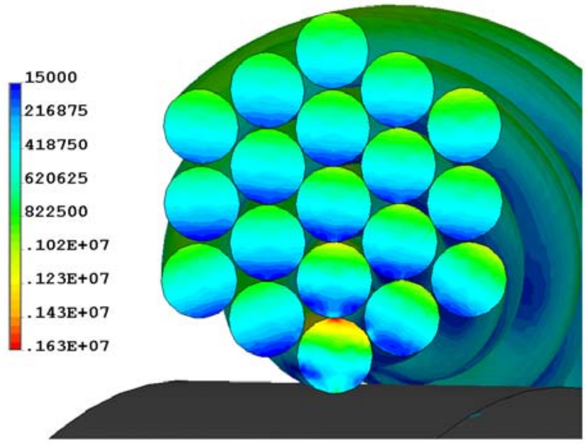
a) *b)*

Bild 4.42: Drahtlängsspannung im Strangquerschnitt (S=95 N)

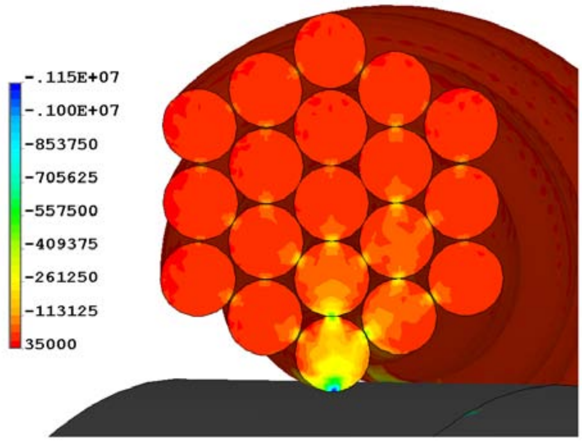
a) Spannungsverteilung in mN/mm² und Verlauf des Pfades s, b) Spannungsverlauf entlang des Pfades s

Sowohl der Kerndraht als auch die Drähte der ersten Außenlage zeigen eine relativ gleichmäßige Spannungsverteilung, deren Werte mit etwa 450 N/mm² bzw. 440 N/mm² sowohl deutlich unter denen der vergleichbaren Standardlitze als auch unter den Ergebnissen der Berechnung nach Gl. (4.6) von 475 N/mm² bzw. 470 N/mm² liegen.

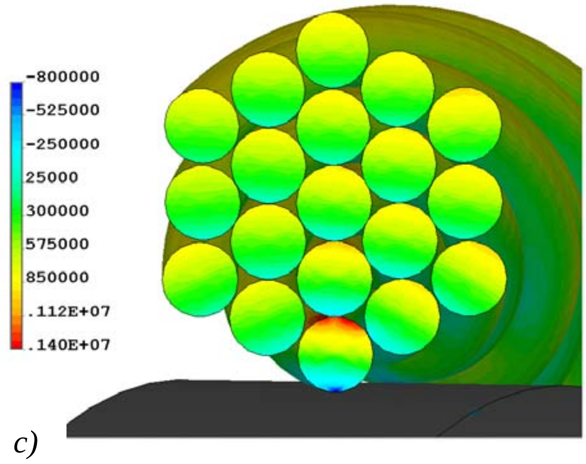
Bei Biegung über eine glatte Seilscheibe dominieren auch bei der Parallelschlaglitze die Biegeanteile die Spannungsverteilung; die Unterschiede in den Zugspannungen der einzelnen Lagen fallen nicht mehr ins Gewicht. Deutlich ist jedoch auch bei dieser Konstruktion eine besonders hohe Belastung der Außendrähte an ihren Kontaktstellen zur Scheibe zu erkennen (Bild 4.43). Einerseits ist hier der Kontaktdruck zur Scheibe recht hoch, andererseits ist der auf der Scheibe aufliegende Draht nach Bild 4.43c einer besonders starken Biegung unterworfen. Der Querschnitt dieser Parallelschlaglitze zeigt eine relativ große Polygonalität. Das hat zur Folge, dass bei der zugbelasteten Biegung um die Scheibe nur jeder zweite Außendraht überhaupt in Kontakt mit dieser kommt und sich das gesamte Seil zwischen den Stützpunkten durchstrecken kann, somit die Litze und insbesondere die Außendrähte an den Berührungspunkten zur Scheibe regelrecht geknickt werden.



a)



b)



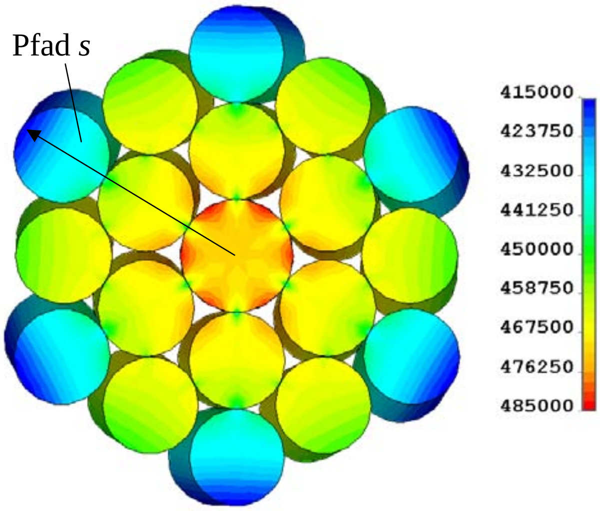
c)

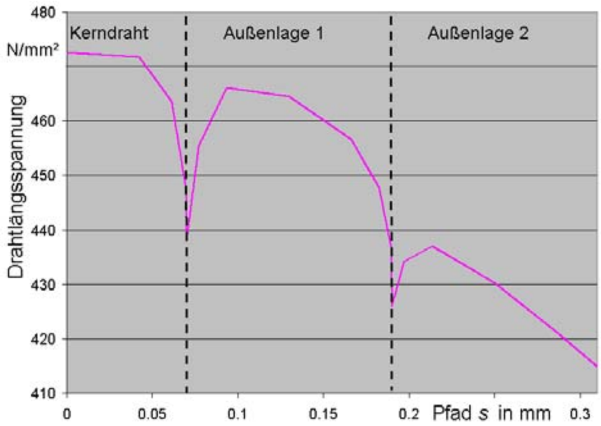
Bild 4.43: Spannungsverteilung im Strangquerschnitt in mN/mm² in der Parallelschlaglitze bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=95 N)
a) vonMises-Vergleichsspannung,
b) dritte Hauptspannung,
c) Axialspannung

Im Gegensatz zur Standard- ist bei der Parallelschlaglitze der Drehwinkel um ihre eigene Achse beim Auflaufen auf die Scheibe nicht von Bedeutung, da diese Konstruktion überall den gleichen Querschnitt aufweist. Bei Biegung über die Seilscheibe sind jedoch bei diesem Litzentyp die Außendrähte an ihren Kontaktstellen zur Scheibe immer mit Abstand am höchsten belastet. Nimmt man die Vergleichsspannung als Kriterium, liegen die maximalen Werte nur geringfügig über denen des günstigsten, aber weit unter denen des ungünstigsten vorher betrachteten Falles bei der entsprechenden Standardlitze.

Parallelschlaglitze mit vergrößertem Kerndraht

Bei Verwendung eines auf den Durchmesser von 0,14 mm vergrößerten Kerndrahtes ergibt sich bei Zugbelastung eine deutlich von Bild 4.42 abweichende Spannungsverteilung (Bild 4.44). Im Inneren des Kerndrahtes liegt eine reine Zugbelastung von etwa 475 N/mm² vor, die damit dem nach Gl. (4.6) vorhergesagten Wert entspricht. Zum Rand des Drahtes fällt die Längsspannung bedingt durch den nun vorhandenen Kontakt zur ersten Drahtlage merklich ab (Bild 4.44b). Die erste Außenlage besitzt eine etwas geringere mittlere Zugspannung von ca. 460 N/mm² und ist damit nur wenig kleiner als nach Gl. (4.6). Die resultierende Drahtlängsspannung wird jedoch zusätzlich durch die Drahtbiegung und den Kontakt zu den benachbarten Lagen stark beeinflusst. In der zweiten Außenlage zeigen, im Gegensatz zur Konstruktion 19x0,12, die Drähte, die am weitesten von der Litzenachse entfernt liegen, mit etwa 425 N/mm² die insgesamt geringste Längsspannung mit einem nun nach innen gerichteten Gradienten der Biegespannung, die mit ca. 10 N/mm² jetzt auch dem nach Gl. (4.11) erwarteten Wert entspricht.





a) *b)*

Bild 4.44: Drahtlängsspannung der Konstruktion 0,14 +18x0,12 im Strangquerschnitt (S=95 N) bei Seilzugbeanspruchung

a) Spannungsverteilung in mN/mm² und Verlauf des Pfades s, b) Spannungsverlauf entlang des Pfades s

Auch bei der Parallelschlaglitze hat ein leicht vergrößerter Kerndraht keine nennenswerten Auswirkungen auf den qualitativen Verlauf der resultierenden Spannungen bei Biegebelastungen. Allerdings sinken im Vergleich zu Bild 4.43 die maximalen Spannungswerte um etwa 10%, da sich die Außendrähte an den Kontaktstellen zur Scheibe durch ihr gleichzeitig kontinuierliches Abstützen auf der ersten Außenlage nicht ganz so stark durchbiegen, wie Bild 4.45 anhand der vonMises-Vergleichsspannung zeigt.

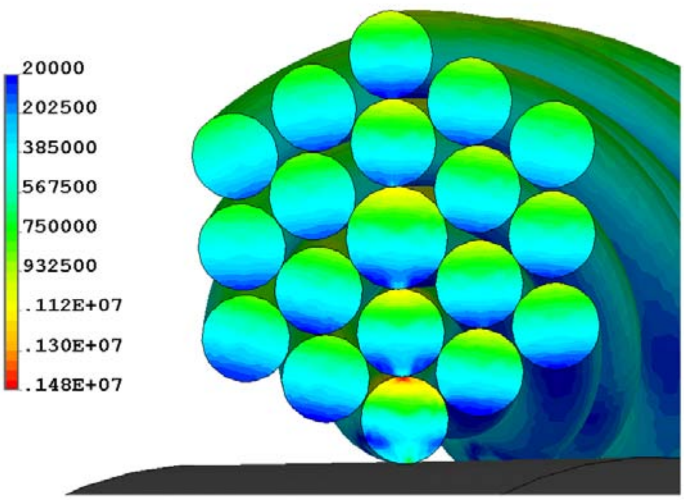


Bild 4.45: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² der Konstruktion 0,14+18x0,12 bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=95 N)

4.4.3 Zusammenfassung

Die Ergebnisse stützen zunächst die allgemeinen Erfahrungen aus der Praxis, wonach sich die Parallelschlag- gegenüber den Standardlitzen als günstiger erwiesen haben. Jedoch sind dafür bei Zugbelastung nach den hier angestellten Untersuchungen nicht die durch die Punktberührungen verursachten Pressungen zwischen den Außenlagen der Standardlitze hauptverantwortlich, sondern in erster Linie die sekundären Biegespannungen, die das gesamte Spannungsbild dominieren. Auch [Fey1] hat diese Effekte schon als zumindest mitverantwortlich für die verringerte Seillebensdauer genannt. Durch diese zusätzlichen Spannungen verliert der traditionell genannte Vorteil gleicher mittlerer Zugspannung der verschiedenen Drahtlagen der Standardlitze völlig an Bedeutung. Zwar weist die Parallelschlaglitze bei Zugbelastung tatsächlich verschiedene mittlere Spannungen in den einzelnen Lagen auf, diese Unterschiede sind aber nicht gravierend. Weiterhin zeigen die Betrachtungen, dass in der Parallelschlaglitze schon eine geringfügige Vergrößerung des Kerndrahtdurchmessers bei Zugbelastung zu einer Verlagerung der maximalen Spannungen von der äußersten Lage zum Kerndraht führt. Die äußersten Drähte der Litze können sich wieder auf der darunter befindlichen Drahtlage abstützen, wodurch die maximal im Querschnitt auftretende Drahtlängsspannung etwas sinkt.

Bei zusätzlicher Biegebelastung unterliegen bei beiden Litzentypen die Außendrähte der höchsten Belastung. Während sich die Belastungsspitzen der Parallelschlaglitze stets an der Kontaktstelle zur Scheibe befinden, sind die Position und der Betrag der Spannungsmaxima bei der Standardlitze von der genauen Ausrichtung des Querschnitts bezüglich der Scheibe abhängig. Auch hier gilt, dass die maximalen Spannungen nicht direkt an den punktförmigen Kontakten zwischen den Außenlagen auftreten, sondern im Drahtsegment mit Kontakt zur Scheibe entstehen, wenn dieses nicht durch die darunter liegenden Drähte gestützt wird. Die daraus resultierenden Belastungsspitzen sind weitaus größer als jene bei der Parallelschlaglitze. Aber auch bei letzterer sind die maximalen Spannungen aufgrund des polygonalen Querschnittes und der damit verbundenen Tendenz der Außendrähte, über den Kontaktstellen zur Scheibe abzuknicken, relativ hoch. In der Fördertechnik wird diesen Effekten entgegengewirkt, indem in den verschiedenen Lagen bzw. sogar innerhalb der Außendrahtlage der Drahtdurchmesser variiert, z.B. bei der sogenannten Warrington-Litze, wodurch sich die Polygonalität im Litzenquerschnitt deutlich reduziert. Bei den vergleichsweise geringen Seildurchmessern der Zugstränge in Zahnriemen kommen diese Verfahren jedoch nicht in Frage. Zwar haben die Zugstränge normalerweise keinen direkten Kontakt zur Scheibe, falls jedoch eine Parallelschlaglitze als Kernlitze verwendet wird, sind als entsprechende Problemzonen die zum Biegemittelpunkt des Seils gewandten Kontaktstellen zu den Außenlitzen zu erwarten. Dies gilt ebenso für den Einsatz von Standard- als Kernlitzen. Haben hier die Außenlitzen Kontakt zu den innen ungestützten Außendrahtabschnitten der Standardlitze, sind sehr hohe Biegespannungen zu erwarten.

Bemerkenswert ist weiterhin der Vergleich der maximalen Spannungswerte beider Litzentypen mit denen der einfachen Konstruktion 1+6 bei gleicher Seilzugspannung und gleichem Biegeverhältnis D/d_S . Nach Gl. (4.16) von *Reuleaux* müsste sich die die Seilbelastung dominierende Biegespannung der Drähte aufgrund des im Verhältnis zum Seilkrümmungsdurchmesser stark reduzierten Drahtdurchmessers sowohl in der Standard- als auch in der Parallelschlaglitze auf nur noch ±420 N/mm² gegenüber ±690 N/mm² im Typ 1+6 verringern. Tatsächlich zeigt auch ein Großteil der Drähte im Querschnitt im Vergleich zur einfachen Litze einen deutlich abgeschwächten Biegespannungsverlauf. Aufgrund der vorangehend beschriebenen Effekte unterliegen die Außendrähte jedoch zusätzlichen Belastungen, die nahezu gleich bzw. sogar wesentlich höher als bei der vergleichbaren Konstruktion 1+6 sind. Zieht man außerdem in Betracht, dass bei Drähten gleicher mechanischer Belastung aber geringerem Durchmesser zusätzliche abrasive Vorgänge auch früher zum Drahtbruch führen, sind sowohl Standard- als auch Parallelschlaglitzen für den Einsatz in Zugsträngen für Zahnriemen nicht zu empfehlen.

4.5 Rundlitzenseile für Zahnriemen

Wie bereits erwähnt, sind Rundlitzenseile, also zweifach verseilte Konstruktionen, als Stahlzugstränge in Zahnriemen mit Abstand am häufigsten anzutreffen. Neben den hohen Anforderungen an die Zug- und Biegefestigkeit spielt auch bei ihnen die Drehungsarmut unter Zugbelastung eine sehr große Rolle, da diese die Tendenz des Riemens bestimmt, seitlich von der Zahnscheibe abzulaufen. Um dies zu verhindern, sind Zahnscheiben an ihrem Rand mit sogenannten Bordscheiben versehen, an denen sich der Riemen seitlich abstützen kann. Jedoch treten dabei zusätzliche Reibkräfte auf, die gegebenenfalls zu Zahneingriffsstörungen und beschleunigtem Riemenverschleiß führen. Da außerdem ein großes inneres Moment der Zugstränge Deformationen des Riemenquerschnittes verursacht sowie ihr Ablösen vom Basiswerkstoff begünstigt, kommen bei Zahnriemen fast ausschließlich Kreuzschlagseile zur Anwendung. Bei diesen entstehen durch die gegensätzliche Spulung der Drähte in den Litzen sowie der Litzen im Strang nur sehr geringe resultierende Drehmomente. Neuerdings werden zusätzlich abwechselnd sZ- und zS-gespulte Zugstränge im Riemen eingebracht, was dessen seitliches Ablaufen von der Scheibe weiter reduziert. Obwohl Gleich- gegenüber Kreuzschlagseilen bei entsprechenden Betriebsbedingungen nach [Jeh1] durchaus einige Vorteile, wie bessere Biegsamkeit und einen allgemein geringeren Verschleiß, aufweisen, spielen sie aus den oben genannten Gründen bei Zahnriemen kaum eine Rolle.

Zwar folgen in einer unbelasteten, zweifach verseilten Konstruktion die Litzen den einfachen Helixgleichungen (4.1) bis (4.3), die mathematische Beschreibung der Raumkurve eines Einzeldrahtes ist jedoch deutlich komplizierter und lässt sich nach [Fey1] als Parameterkurve folgendermaßen darstellen:

$$x = \pm\left[R\sin(\varphi_\mathrm{L}) + r\,[\cos(\varphi_0 + m\varphi_\mathrm{L})\sin\varphi_\mathrm{L} + \sin(\varphi_0 + m\varphi_\mathrm{L})\cos\beta\cos\varphi_\mathrm{L}]\right], \tag{4.23}$$

$$y = R\cos(\varphi_\mathrm{L}) + r\,[\cos(\varphi_0 + m\varphi_\mathrm{L})\cos\varphi_\mathrm{L} - \sin(\varphi_0 + m\varphi_\mathrm{L})\cos\beta\sin\varphi_\mathrm{L}], \tag{4.24}$$

$$z = \frac{L}{2\pi}\,\varphi_\mathrm{L} - r\sin(\varphi_0 + m\varphi_\mathrm{L})\sin\beta\,, \tag{4.25}$$

mit R Windungsradius der Litzen, φ_L laufender Winkel der Litzen, φ_0 Winkeloffset der Einzeldrähte in den Litzen, β Schlagwinkel der Litzen und

$$m = \pm\,\frac{L}{l\cos\beta} - 1. \tag{4.26}$$

Für Kreuzschlagkonstruktionen gilt in Gl. (4.26) das negative, für Gleichschlagseile das positive Vorzeichen. Sind die Litzen rechtsläufig zum Seil geschlagen, ist das Vorzeichen in Gl. (4.23) zusätzlich negativ, bei Linksschlag positiv.

Nachfolgend werden zwei Konstruktionen zweifacher Verseilung auf ihre Eigenschaften bei Zug- und Biegebeanspruchung untersucht, die bei Zahnriemen weit verbreiteten Kreuzschlagseile 3x3 und 7x3. Bei der Konstruktion 3x3 soll überdies auch das entsprechende Gleichschlagseil betrachtet werden, um zu überprüfen, ob sich die in [Jeh1] getroffenen Aussagen durch die Ergebnisse der FEM-Simulation bestätigen lassen.

4.5.1 Belastungsverhalten der Konstruktion 3x3

Das im folgenden betrachtete Kreuzschlagseil 3x(3x0,12)zS besteht aus drei Litzen, die sich aus je drei rechtsgeschlagenen Drähten mit dem Durchmesser 0,12 mm und der Schlaglänge l=6,3 mm zusammensetzen. Die Litzen selbst sind linksläufig mit der Schlaglänge L von ebenfalls 6,3 mm zum Seil geschlagen (Bild 4.46).

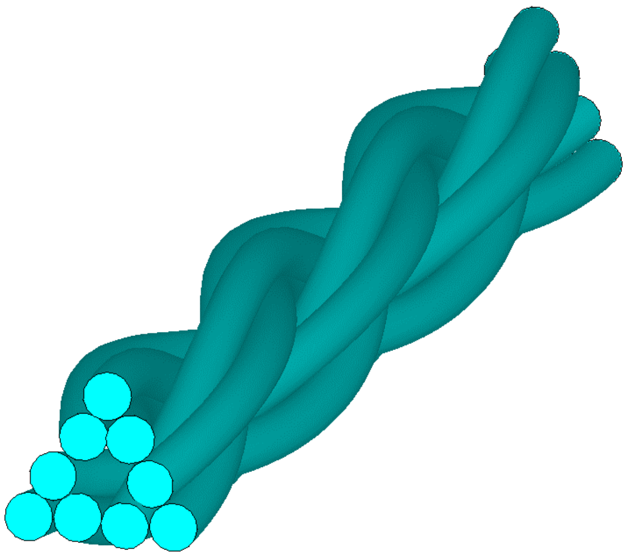


Bild 4.46: FE-Modell einer Schlaglänge der Konstruktion 3x(3x0,12)zS

Diese Konstruktion ist aufgrund ihres stark polygonalen Querschnittes sowie der relativ großen Schwankung ihres tatsächlichen Durchmessers in Seillängsrichtung auf den ersten Blick nur schwer als Rundlitzenseil zu erkennen. Aufgrund der im vorangehenden Kapitel aufgezeigten negativen Auswirkungen der geometrischen Polygonalität bei Parallelschlaglitzen sind somit insbesondere bei Biegung über eine Seilscheibe auch bei der Konstruktion 3x3 deutliche Probleme zu erwarten. Trotzdem wird dieser Zugstrang in Zahnriemen sehr gern eingesetzt, da er sich aufgrund seines inhomogenen Querschnitts im

Basiswerkstoff förmlich verhakt und somit eine außerordentlich gute Haftung im Riemen gewährleistet ist.

Mit nur neun Drähten im Seilquerschnitt stellt dieser Zugstrang zwar eine noch sehr einfache zweifach verseilte Konstruktion dar, die oben angegebenen Parameter reichen jedoch, im Gegensatz zu den vorangehend betrachteten einfach verseilten Bauformen, nicht mehr aus, um seinen tatsächlichen Aufbau eindeutig zu beschreiben. So zeigt Bild 4.47 jeweils zwei um $\Delta\varphi_L$=30° versetzte Querschnitte zweier möglicher Varianten, die sich lediglich im Winkeloffset φ_0 der Drähte einer der drei Litzen unterscheiden. Für die Praxis bedeutet dies, dass die anfängliche Ausrichtung der einzelnen Litzen beim zweiten Verseilgang ausschlaggebend für die letztendliche Querschnittsgeometrie des Seils ist, ein Umstand, der bislang in der Literatur keine Beachtung findet. Inwieweit die unterschiedliche Ausgangslage der Litzen Einfluss auf die mechanischen Belastungen hat, soll im folgenden ebenfalls untersucht werden.

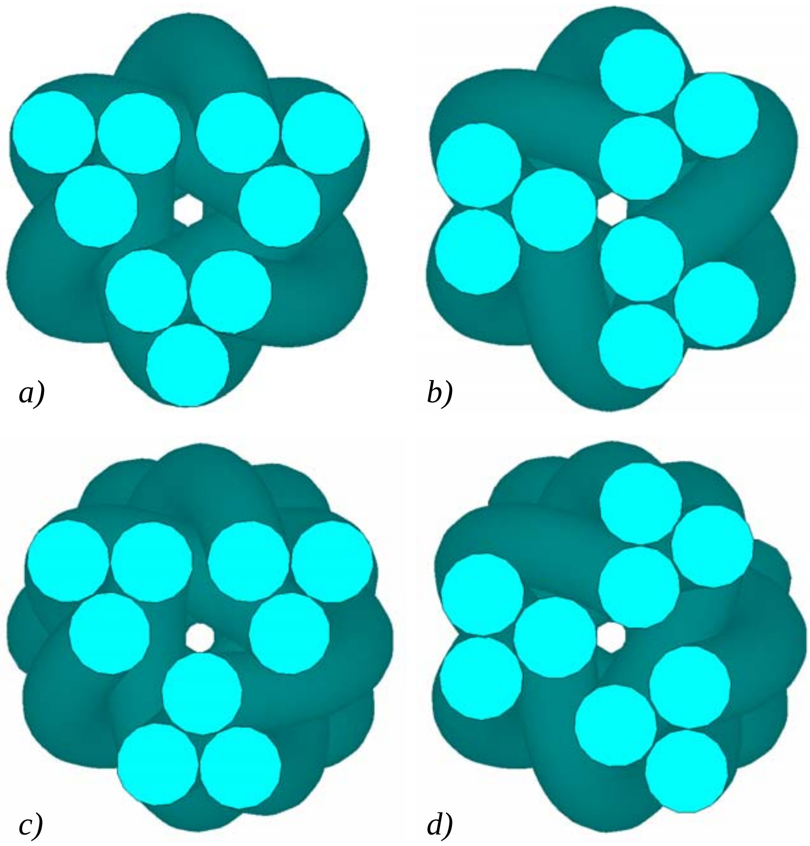


Bild 4.47: Zwei Varianten der Konstruktion 3x(3x0,12)zS a) u. b) radialsymmetrischer Aufbau, Querschnitte um $\Delta\varphi_L$=30° versetzt, c) u. d) Ausgangslage einer Litze gegenüber radial-symmetrischer Konstruktion um 60° verdreht ($\Delta\varphi_0$=60°), Querschnitte ebenfalls um $\Delta\varphi_L$=30° versetzt

Belastungssimulation der Konstruktion 3x3

Wie bei den einfachen Verseilungen wird der Strang mit einer Seilzugspannung von 440 N/mm² beaufschlagt, was nach Gl. (4.5) einer Zugkraft von ca. 45 N entspricht. Nach

[Fey1] kann Gl. (4.6) wie folgt erweitert werden, um die Zugspannung eines Drahtes der Drahtlage *k* in der Litzenlage *l* zu bestimmen:

$$\sigma_{z_{kl}} = \frac{\dfrac{\cos^2\beta_l}{1+\nu_l \sin^2\beta_l} \dfrac{\cos^2\alpha_{kl}}{1+\nu_{kl}\sin^2\alpha_{kl}} E_{kl}}{\sum_{j=0}^{n_L} z_j \dfrac{\cos^3\beta_j}{1+\nu_j \sin^2\beta_j} \sum_{i=0}^{n_{Dj}} z_{ij} \dfrac{\cos^3\alpha_{ij}}{1+\nu_{ij}\sin^2\alpha_{ij}} E_{ij} A_{ij}} S\,, \tag{4.27}$$

mit ν Querkontraktionszahl der Drahtwendel, *E* Elastizitätsmodul, *A* Drahtquerschnittsfläche, z_j Anzahl der Litzen in Litzenlage *j*, z_{ij} Anzahl der Drähte in Drahtlage *i* der Litzenlage *j* und n_L Anzahl der Litzenlagen.

Da sich beim Seiltyp 3x3 alle Drähte gleichwertig in der ersten Drahtlage der ersten Litzenlage befinden, beträgt die Drahtzugspannung aller Drähte nach Gl. (4.27) einheitlich 445 N/mm² und weicht somit von der Seilzugspannung nur geringfügig ab. Die tatsächliche Belastung der Drähte und damit auch die Spannungsverteilung in deren Querschnitten ist bei zweifach verseilten Konstruktionen jedoch schon bei reiner Zugbeanspruchung wesentlich komplizierter. Wie auch bei den einfachen Konstruktionen wird das Seil durch die äußere Belastung gelängt und gleichzeitig eingeschnürt, wodurch sich die Raumkurve der Drähte ändert und Biegespannungen auftreten. Dieser Vorgang ist wesentlich schwerer zu erfassen als etwa bei der Konstruktion 1+6, da sowohl die Drähte bezogen auf die Litzen als auch die Litzen im Seil selbst ihre Raumkurve ändern. Schwerwiegender ist jedoch der Umstand, dass sich die Litzen untereinander nur punktuell abstützen, wodurch zusätzliche Biege- und Druckspannungen entstehen.

Bild 4.48 zeigt die Verteilung der Seillängsspannungen in den Seilquerschnitten aus Bild 4.47. Bei der ersten Seilvariante berühren sich in beiden Querschnitten alle drei Litzen untereinander. Durch die Zugbelastung besitzen die Litzen, ähnlich der Außendrähte der Konstruktion 1+6 in Bild 4.15, einen Biegespannungsgradienten, der in Richtung Seilachse zeigt. Jedoch weisen ebenfalls die Drähte in den Litzen einen Biegespannungsgradienten in Richtung der Litzenachse auf. Beide Effekte werden weiterhin durch Biegungen um die Kontaktstellen der Litzen sowie zusätzliche Relativverschiebungen der Drähte untereinander überlagert. Eine analytische Vorhersage der resultierenden Biegespannungsgradienten der Einzeldrähte oder gar der sich insgesamt ergebenden Spannungsverläufe ist damit praktisch unmöglich. Die maximal auftretenden Seillängsspannungen im FE-Modell liegen mit

750 N/mm² etwa 70% über der Seilzugspannung und sind damit mit den Spannungsüberhöhungen der Standardlitze bei entsprechender Zugbelastung vergleichbar.

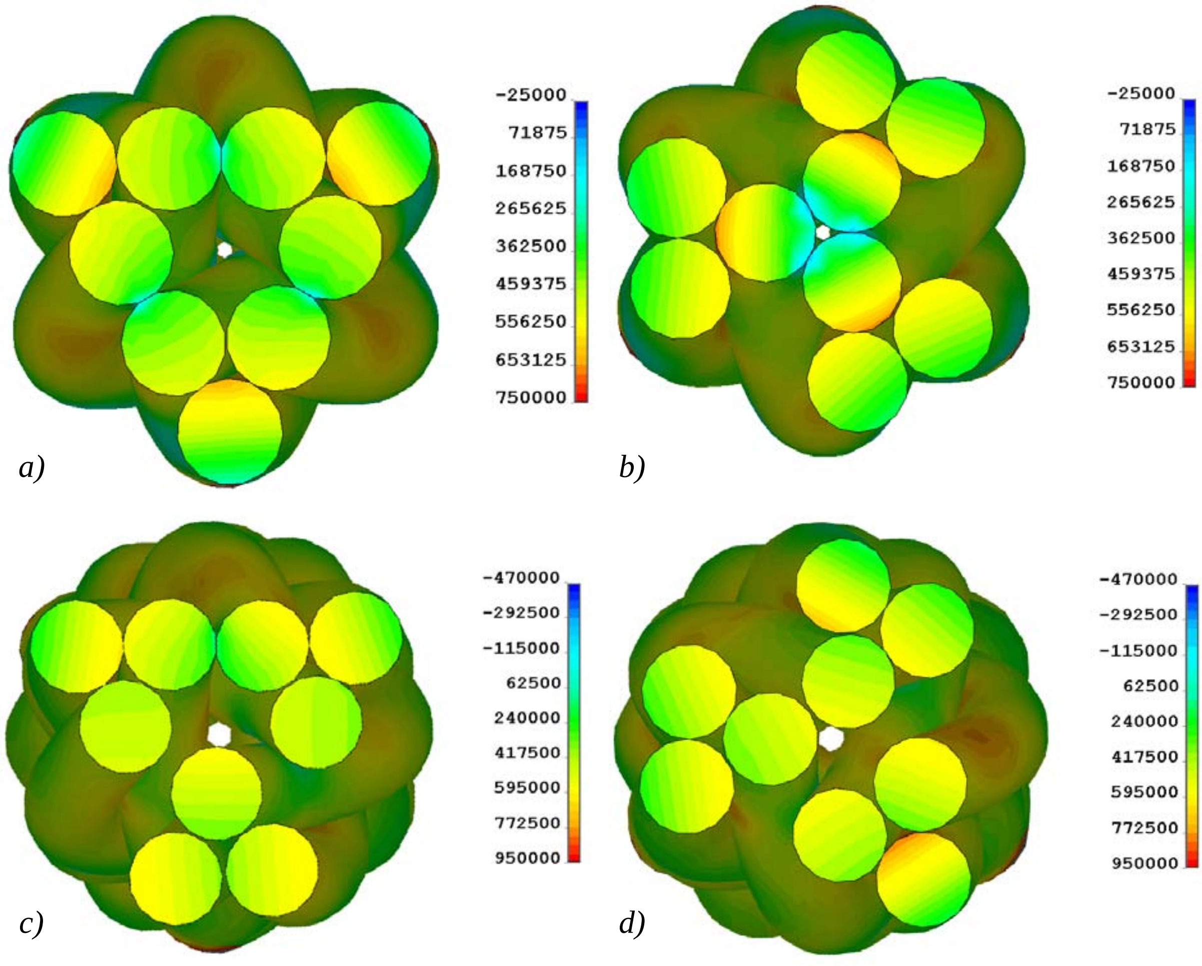


Bild 4.48: Verteilung der Spannung in Seillängsrichtung in mN/mm² in den Querschnitten entsprechend Bild 4.47 bei reiner Zugbelastung σ_z=440 N/mm²

Beim Zugstrang mit einer um 60° verdrehten Litze berühren sich im ersten Querschnitt in Bild 4.48c nur noch zwei, im zweiten in Bild 4.48d keine der Litzen mehr untereinander. Dafür treten hier in Seillängsrichtung noch weitere paarweise Kontakte zwischen den Litzen auf. Bild 4.49 zeigt eine dieser Kontaktstellen, die sich zwischen den in Bild 4.48 dargestellten Querschnitten befindet. Erkennbar ist eine deutlich erhöhte Biegebelastung, die eine maximale Seillängsspannung von 950 N/mm² zur Folge hat und damit um etwa 25% über der des radialsymmetrisch aufgebauten Zugstrangs liegt. Die großen Kontaktdrücke erzeugen zwar lokal sogar deutlich negative Seillängsspannungen, spielen bei der resultierenden vonMises-Vergleichsspannung, im Gegensatz zu den positiven Biegespannungsanteilen, jedoch nur eine geringe Rolle (Bild 4.49b). Die häufigen Farbänderungen in der Darstellung der Vergleichsspannung verdeutlichen zudem die erheblichen

Belastungsschwankungen in den Drähten entlang ihrer Achse schon bei reiner Seilzugbelastung.

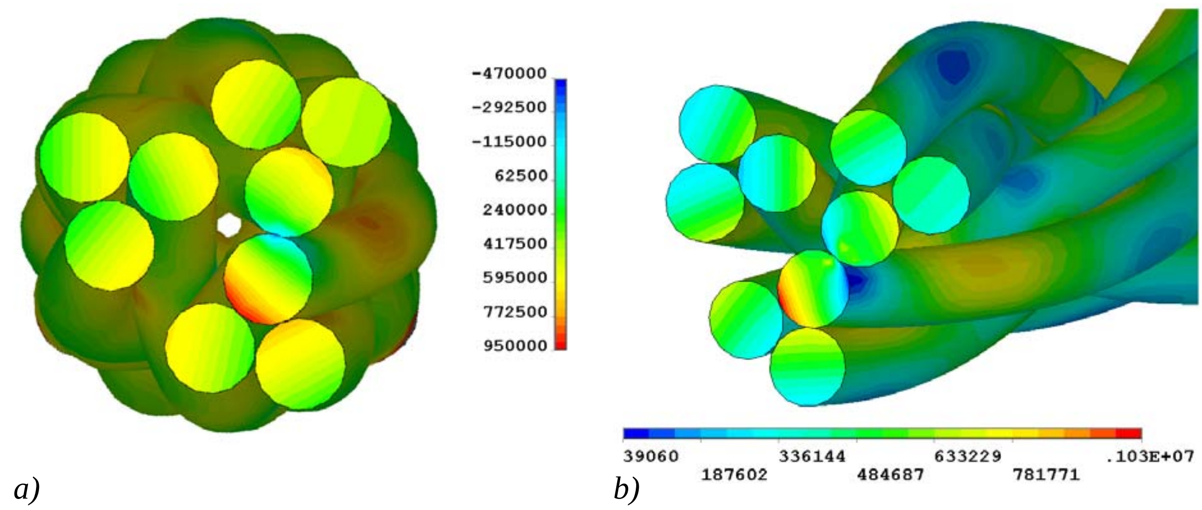
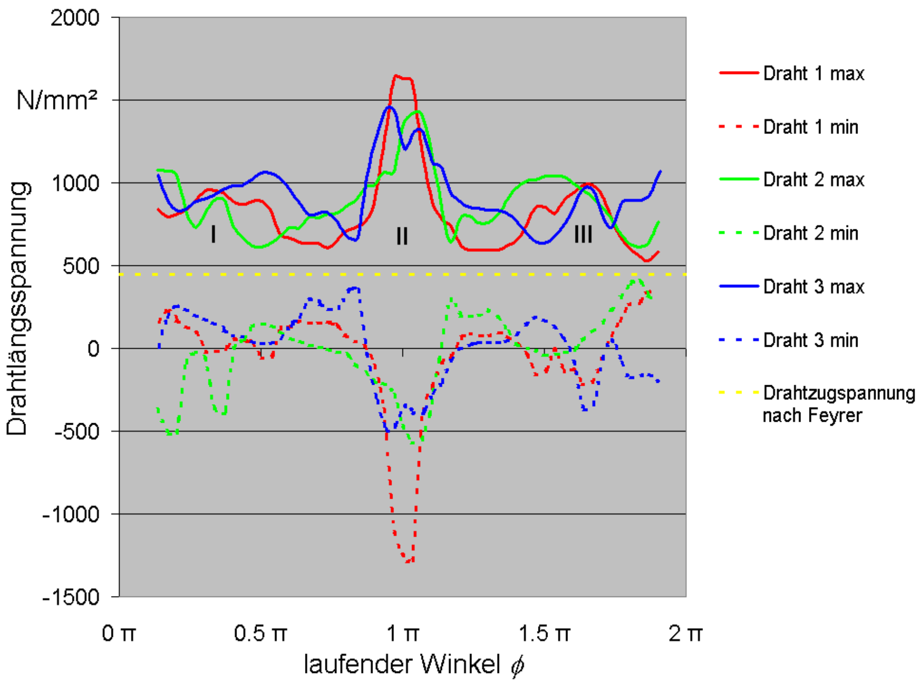
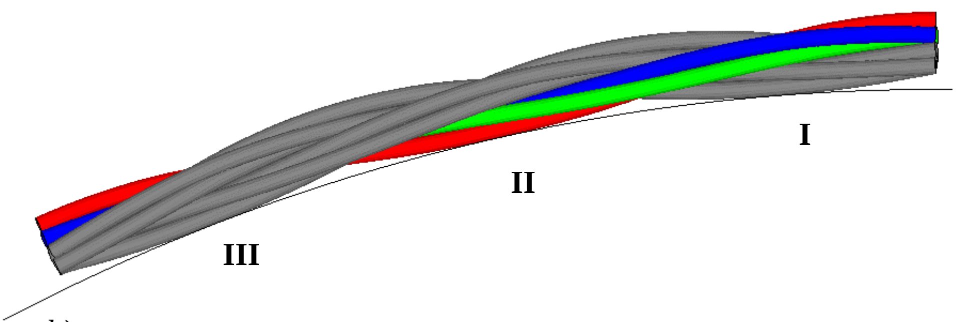


Bild 4.49: Spannungsverteilung in mN/mm² im Kontaktbereich der Litzen zwischen den Querschnitten aus Bild 4.48c und d bei reiner Zugbelastung σ_Z=440 N/mm²
a) Spannung in Seillängsrichtung, b) vonMises-Vergleichsspannung

Wie bereits erwartet, führt der sehr unrunde Seilquerschnitt bei zusätzlicher Biegung um eine glatte Scheibe zu Problemen. Es entstehen hohe Belastungsspitzen im Bereich der Stützstellen zur Scheibe, da es pro Seilschlaglänge nur drei dieser Stützstellen gibt, zwischen denen sich das Seil wieder deutlich von der Scheibe entfernt (Bild 4.50). Dies führt zu starken lokalen Biegungen um die Kontaktbereiche zur Scheibe. Bild 4.50 zeigt den Verlauf der minimalen und maximalen Spannungen in Drahtlängsrichtung über eine Seilschlaglänge anhand der drei Einzeldrähte der in Bild 4.50b markierten Litze. Die Farben im Diagramm entsprechen der Zuordnung der Drähte in Bild 4.50b. Zusätzlich gelb eingezeichnet ist die aus der Seilzugspannung resultierende theoretische Zugspannung in den Drähten von 445 N/mm² nach Gl. (4.27). Sofern die maximalen und minimalen Drahtlängsspannungen um diese Linie symmetrisch angeordnet sind, kann man aus der Differenz die Biegespannungskomponenten ablesen. Das Maximum der Drahtlängsspannungen tritt mit knapp 1700 N/mm² im rot markierten Draht 1 im Bereich II nach Bild 4.50 auf. Dieser Draht hat hier Kontakt mit der Scheibe und biegt sich lokal sehr deutlich um den Berührpunkt. Zudem zeigt er an dieser Position eine hohe Druckspannung in Drahtlängsrichtung, die trotz vorhandener Seilzugspannung betragsmäßig etwa 1300 N/mm² erreicht. Ursächlich ist wieder der Einfluss der Kontaktdrücke auf die Drahtlängsspannung aufgrund der Querkontraktion, wodurch die zuvor erwähnte Symmetrie nicht mehr gegeben ist. Auch die Drähte 2 und 3 haben im Bereich II ihre Spannungsmaxima. Diese fallen zwar deutlich geringer aus, weil diese Drähte die Scheibe nicht direkt berühren, sind jedoch mit etwa 1400 N/mm² immer noch recht hoch, da in Bereich II nicht nur Draht 1, sondern die ganze betrachtete Litze um den Stützpunkt auf der Scheibe geknickt wird. Um die Bereiche I und III zeigen alle drei Drähte lokale Maxima, die sich untereinander nur geringfügig unterscheiden und merklich unter den Spitzenwerten von Bereich II liegen. Sie lassen sich damit erklären, dass an den Scheibenstützpunkten auch das gesamte Seil einer lokalen Biegung unterworfen ist, die jedoch von den von der Scheibe entfernter liegenden Litzen durch Relativbewegungen der Drähte besser ausgeglichen werden kann.



a)



b)

Bild 4.50: Drahtlängsspannung bei Biegung über eine glatte Scheibe ($D=100\ d_S$, $\sigma_z=440$ N/mm²) a) Verlauf der minimalen und maximalen Spannung im Querschnitt dreier Drähte über eine Seilschlaglänge b) gewählte Drähte (Farben entsprechen denen im Diagramm)

Betrachtet man die vonMises-Vergleichsspannung im Bereich II (Bild 4.51), fällt noch ein weiteres Maximum auf. Dieses liegt an der Kontaktstelle von Draht 3 zur benachbarten Litze.

Hier ist wieder der Effekt zu beobachten, dass zwar die positive Drahtlängsspannung durch den Kontaktdruck vermindert wird, die Vergleichsspannung jedoch ansteigt. Die betragsmäßig sehr hohe minimale Drahtlängsspannung in Draht 1 an der Kontaktstelle zur Scheibe spielt bei der Vergleichsspannung hingegen keine bedeutende Rolle mehr.

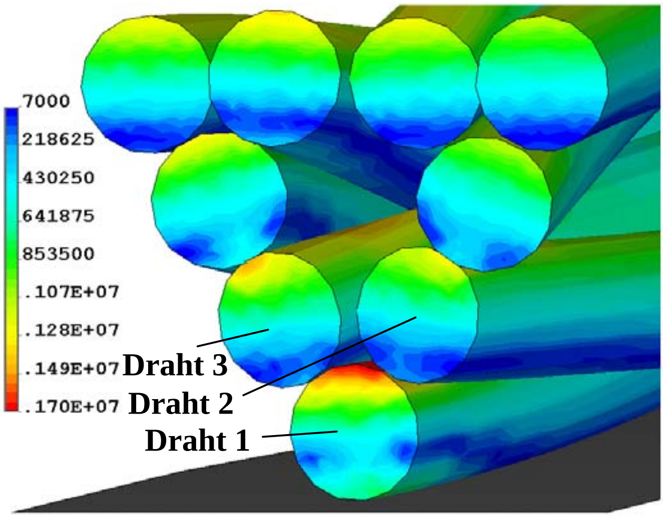


Bild 4.51: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² im Bereich II nach Bild 4.50

Bei Biegung des Seils mit phasenversetzter Litze ergeben sich noch ungünstigere Berührverhältnisse zur Scheibe. Da diese Litze selbst keinen direkten Scheibenkontakt mehr aufweist (Bild 4.52), existieren pro Seilschlaglänge nur zwei Berührstellen zwischen Seil und Scheibe (Bereich II und III in Bild 4.53b), an welchen somit noch größere Kontaktkräfte zu übertragen sind. Des weiteren tritt der Polygoneffekt deutlich ausgeprägter auf, was sich in erhöhten Biegespannungen insbesondere in den die Scheibe berührenden Litzen in Bereich II und III ausdrückt.

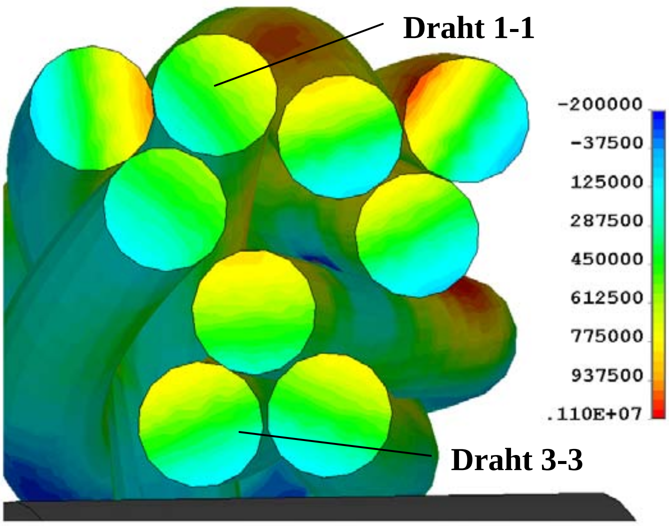
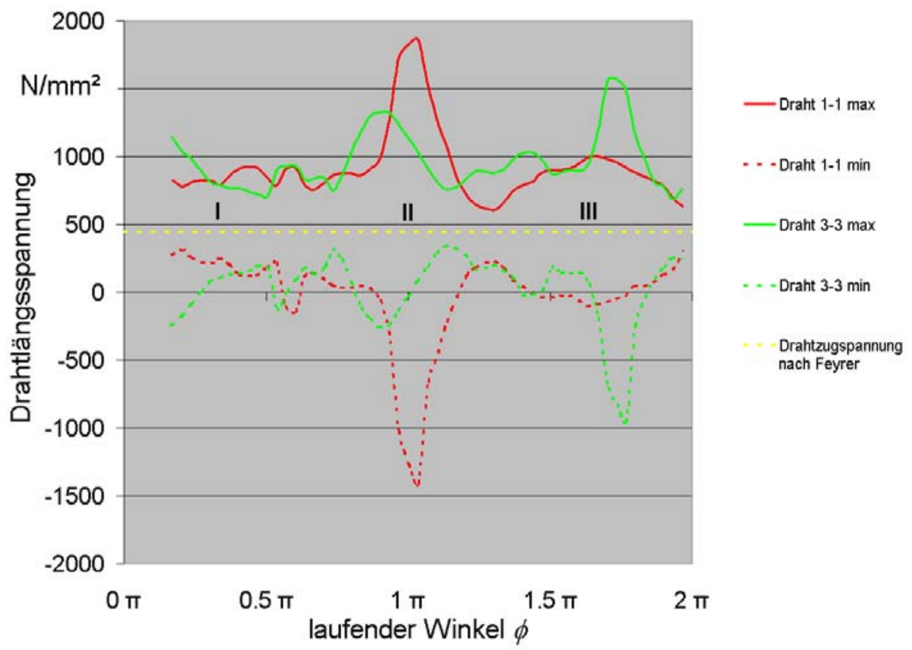
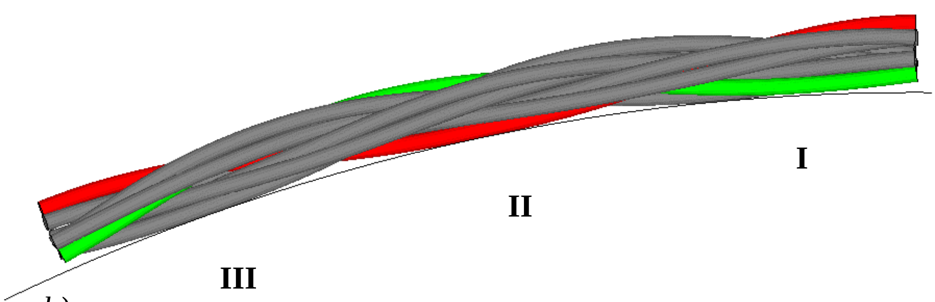


Bild 4.52: Verteilung der Seillängsspannung in mN/mm² im Bereich I nach Bild 4.53 (phasenversetzter Strang ohne Scheibenkontakt)

Bild 4.53a zeigt den Verlauf der minimalen und maximalen Drahtlängsspannungen je eines Drahtes der phasenverschobenen Litze (Draht 3-3) sowie eines Drahtes einer „normal“ angeordneten Litze mit Scheibenkontakt (Draht 1-1). Die maximale Drahtlängsspannung in Draht 1-1 übersteigt mit ca. 1900 N/mm² die des vergleichbaren Drahtes 1 in Bild 4.50 um reichlich 10%. Das Belastungsmaximum des Drahtes 3-3 in Bereich III von über 1500 N/mm² belegt die ungünstigen Lageverhältnisse der phasenverschobenen Litze im Zugstrang, da dieses nicht durch direkten Scheibenkontakt sondern durch eine starke lokale Biegung um die Nachbarlitze entsteht.



a)



b)

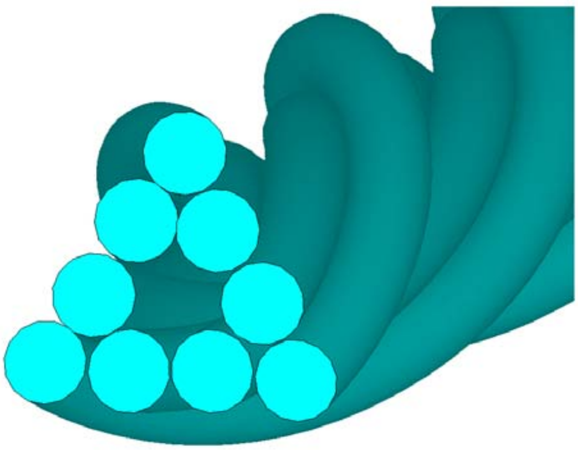
Bild 4.53: Drahtlängsspannung der Konstruktion mit phasenversetztem Strang bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm²) a) Verlauf der minimalen und maximalen Spannung im Querschnitt zweier Drähte über eine Seilschlaglänge b) gewählte Drähte (Farben entsprechen denen im Diagramm)

Bei der Ausführung des Strangs als Gleichschlagseil fällt zunächst ein interessanter Aspekt auf: Da sowohl die Litzen- als auch die Seilschlaglänge 6,3 mm betragen, bleibt die Geometrie des Strangquerschnitts über die gesamte Seilschlaglänge annähernd gleich. Vergrößert man nun die Schlaglänge der Drähte in den Litzen geringfügig dahingehend, dass pro Seilschlaglänge tatsächlich exakt eine Litzenschlaglänge aufgewickelt ist, entsteht ein

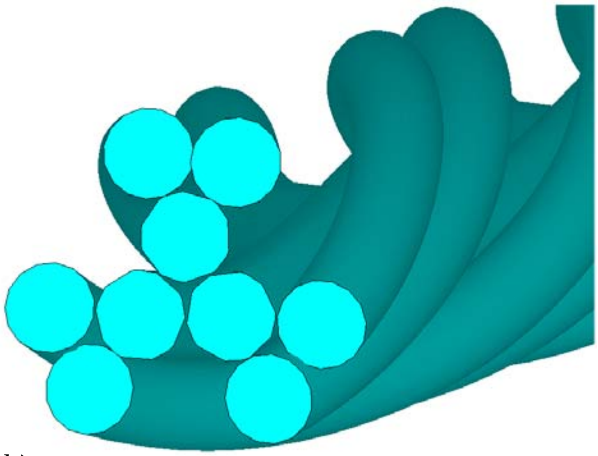
Strang, dessen Querschnitt überall konstant ist. Die dafür notwendige Länge s_L einer Litze pro Seilschlaglänge berechnet sich nach folgender Gleichung:

$$s_{\mathrm{L}} = \frac{L}{\cos\beta} \quad . \tag{4.28}$$

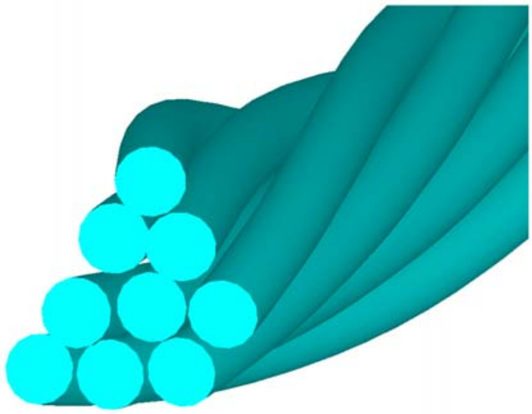
Im hier betrachteten Fall muss also die Schlaglänge der Drähte in den Litzen um knapp ein Prozent auf ca. 6,36 mm vergrößert werden. Eine solche Seilauslegung hat nun zur Folge, dass auch bei radialsymmetrischer Litzenanordnung je nach ihrer Ausgangslage verschiedene Strangkonstruktionen entstehen, wie die Beispiele in Bild 4.54a und b zeigen. Dies gilt selbstverständlich auch für die nichtsymmetrischen Ausführungen, die im Extremfall einen sehr ungleichmäßigen Querschnitt aufweisen können und somit für praktische Anwendungen nicht in Frage kommen (Bild 4.54c). Des weiteren ist es möglich, dass bei diesen Konfigurationen aufgrund der nicht genau zu definierenden Litzenlage bereits beim Verseilprozess Probleme auftreten.



a)



b)



c)

Bild 4.54: Drei Varianten der Konstruktion 3x(3x0,12)sS (Gleichschlag) bei Litzen- und Seilschlaglänge von 6,3 mm
a) und b) radialsymmetrische Litzenanordnung
c) Ausgangslage einer Litze gegenüber Konstruktion aus a) um 60° verdreht ($\Delta\varphi_0$=60°)

Die Konstanz des Querschnittes über die Seillänge bei aneinander angepasster Litzen- und Seilschlaglänge bedeutet weiterhin, dass im Ausgangszustand nicht nur zwischen den Drähten der Litzen, sondern auch zwischen den Litzen selbst Linienberührungen auftreten, was zweifellos vorteilhaft bezüglich der mechanischen Belastungen im Zugstrang ist. So reduzieren sich die maximalen Seillängsspannungen des Strangs aus Bild 4.54a gegenüber denen des vergleichbaren Kreuzschlagseils in Bild 4.48a und b bei identischer Zugbelastung um ca. ein Drittel, da der Einfluss der Kontaktdrücke zwischen den Litzen nur noch sehr gering ausfällt und auch keine sekundären Biegungen der Litzen mehr auftreten (Bild 4.55). Stattdessen ist ein einheitlicher Biegespannungsgradient in den Litzen in Richtung Seilachse erkennbar.

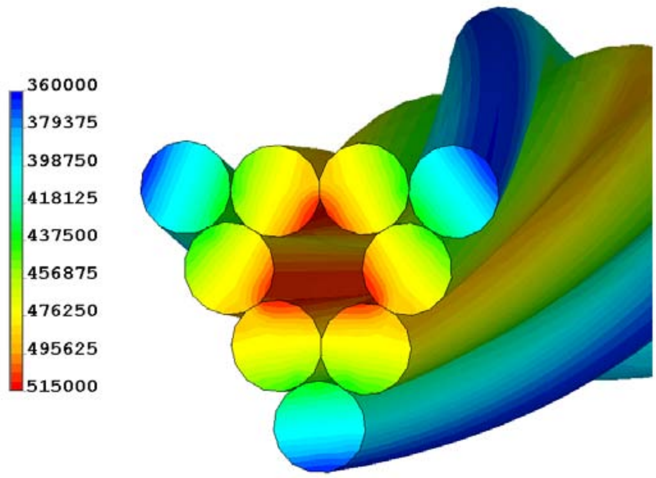


Bild 4.55: Verteilung der Seillängsspannung in mN/mm² des Gleichschlagseils aus Bild 4.54a bei reiner Zugbelastung σ_z=440 N/mm²

Bei Biegung über eine Scheibe sind diese Vorteile gegenüber dem Kreuzschlagseil jedoch nicht mehr zu erkennen. Auch hier existieren durch die starke Polygonalität des Seilquerschnitts nur drei Stützpunkte zur Seilscheibe, wodurch besonders an den Kontaktstellen in den die Scheibe berührenden Drähten sehr hohe Biegespannungen entstehen, welche letztendlich, wie auch schon beim Kreuzschlagseil, die Maxima der vonMises-Vergleichsspannung bestimmen (Bild 4.56).

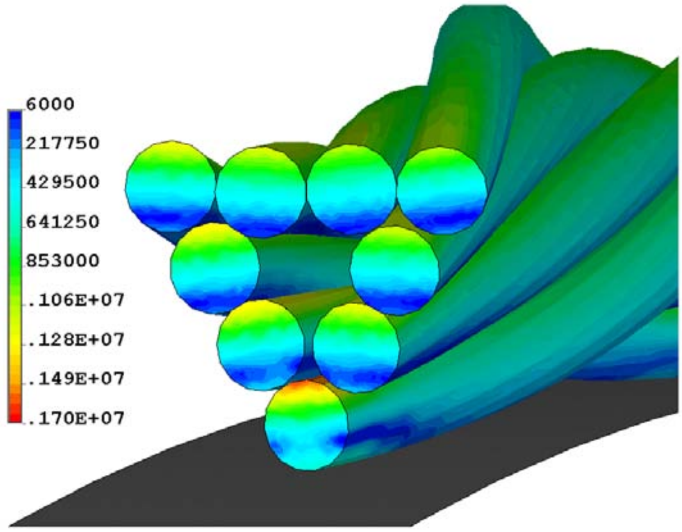


Bild 4.56: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² des Gleichschlagseils aus Bild 4.54a bei Biegung um eine glatte Scheibe (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm²)

Die deutlich verringerten Kontaktdrücke zwischen den Litzen haben keinen merklich positiven Einfluss. Ähnlich wie bei der Kreuzschlagausführung erreicht die maximale Vergleichsspannung fast 1700 N/mm². Zieht man zusätzlich in Betracht, dass das hier betrachtete Gleichschlagseil im Inneren ein sehr großes ungestütztes Gewölbe bildet, was es anfällig gegen Querkraftspitzen macht sowie hohe Anforderungen an den Verseilprozess stellt, kann dieser Typ allenfalls für rein zugbelastete Anwendungen empfohlen werden, bei denen tatsächlich ein deutlicher Vorteil gegenüber der Kreuzschlagvariante zu erkennen ist. Als Zugstrang für Zahnriemen kommt das Gleichschlagseil jedoch nicht in Frage, da bei diesen neben der Biegewechselbelastung auch eine gute Verankerung des Seils im Basiswerkstoff wichtig ist. Hier bietet das Gleich- im Vergleich zum Kreuzschlagseil aufgrund seiner wesentlich homogeneren Oberfläche weitaus schlechtere Voraussetzungen. Zudem wird insbesondere bei der Konstruktion aus Bild 4.54a das Eindringen des Elastomers ins Innere des Strangs durch die sich komplett gegenseitig abstützenden Drähte verhindert.

Der dargestellte Fall der zwar für die mechanischen Belastungen vorteilhaften, für eine Verankerung im Elastomer jedoch ungünstigen Linienberührung zwischen den Litzen tritt nur bei Gleichschlagkonstruktionen exakt abgestimmter Litzen- und Seilschlaglänge auf. So bewirkt eine Abweichung in der Litzenschlaglänge von nur einem Prozent beispielsweise, dass etwa aller 17 Schlaglängen der Seilquerschnitt zwischen den beiden radialsymmetrischen Varianten aus Bild 4.54 wechselt. Wie bei den Kreuzschlagseilen sind Punktberührungen zwischen den Litzen und damit verbundene sekundäre Biegungen die Folge. Die mechanischen Belastungen in den Drähten wiederholen sich dann nicht mehr periodisch mit der Seilschlaglänge. Je nach konkretem Verhältnis von Seil- und Litzenschlaglänge können so sehr lange Seilabschnitte vorhanden sein, in denen sich die inneren Belastungen überall unterscheiden. Um bei der Berechnung solcher Seile mit Finiten Elementen die Modellgröße im erträglichen Umfang zu halten, sollten diese abschnittsweise berechnet werden, was jedoch immer noch einen erheblichen Aufwand erfordert. Bei den Kreuzschlagseilen bewirkt hingegen eine leichte Veränderung des Schlaglängenverhältnisses auch nur eine geringe Änderung der Periode, in welcher sich die Querschnitte aus Bild 4.47 a und b abwechseln. Bei Biegung um die Scheibe ist dieser Umstand jedoch durchaus von Bedeutung. Sind auch hier Seil- und Litzenschlaglänge nicht genau aufeinander abgestimmt, ist der Strangquerschnitt nicht mehr an allen Kontaktstellen so zur Scheibe ausgerichtet wie in Bild 4.51, sondern er rotiert langsam bezogen auf die Scheibe. Das bedeutet, dass sich entweder die Kontaktflächen ständig verändern oder dass sich das Seil, sollte es trotzdem immer mit den gleichen Flächen auf der Scheibe zum Liegen kommen, langsam um seine eigene Achse verdreht, was zusätzliche Torsionsspannungen zur Folge hätte. Bei der Herstellung von Zahnriemen könnte eine solche Torsion auch in den Zugstrang eingebracht werden, noch bevor derselbe in das Elastomer eingegossen ist. Da dies insbesondere einen negativen Einfluss auf das seitliche Ablaufverhalten des Riemens erwarten lässt, sollte dieser Aspekt in weiterführenden Arbeiten genauer untersucht werden.

Für die Verwendung der Konstruktion 3x3 als laufendes Seil auf einer Seilscheibe ohne Ummantelung mit einem Elastomer ist jedoch zusammenfassend festzustellen, dass sowohl die Kreuz- als auch die Gleichschlagvariante ungeeignet sind, da ihr stark polygonaler Querschnitt sehr hohe Biegespannungen der Drähte an der Kontaktstelle zur Scheibe hervorruft.

4.5.2 Belastungsverhalten der Konstruktion 7x3

Die Konstruktion 7x3 besteht aus einer Kernlitze und sechs Außenlitzen. Wie beim Typ 3x3 bilden drei umeinandergeschlagene Drähte die Litzen, die somit selbst keinen Kerndraht besitzen. Obwohl auch hier die Litzen wegen der geringen Anzahl der Drähte einen deutlich polygonalen Querschnitt zeigen, nähert sich der Gesamtquerschnitt des Seils aufgrund der größeren Litzenanzahl schon deutlich besser der idealen Kreisform an (Bild 4.57). Bei der zunächst betrachteten, wiederum aus der Praxis entlehnten Konstruktion 7x(3x0,15)zS beträgt die Schlaglänge der Drähte in den Litzen 9 mm rechts- und die der Außenlitzen im Seil 8 mm linksläufig. Da die Litzen gemäß Gl. (4.28) für eine Umschlingung des Seils jedoch lediglich 8,25 mm ihrer tatsächlichen Länge zurücklegen, folgt, dass die Drähte nach einer Seilschlaglänge ihre Ausgangslage noch nicht wieder erreicht haben. Somit trifft hier ebenfalls die bereits bei der Konstruktion 3x3 betrachtete Problematik nicht aufeinander abgestimmter Seil- und Litzenschlaglängen zu. Da in diesem Fall die Polygonalität des Seilquerschnitts jedoch deutlich geringer ausfällt, sind bei Biegung um die Scheibe aufgrund der sich dann auch hier ständig ändernden Kontaktflächen zu dieser zwar keine so starken Auswirkungen auf das Gesamtbiegeverhalten zu erwarten, wohl aber auf die lokalen Beanspruchungen der Drähte. Ähnliches gilt für die Phasenlage der Litzen. Gegenüber der Konstruktion 3x3 sind sogar wesentlich mehr Varianten vorstellbar, die daraus resultierenden Seilgeometrien unterscheiden sich untereinander gegenüber denen des Typs 3x3 jedoch deutlich weniger. Die folgenden Betrachtungen greifen aus der Vielzahl möglicher Querschnitte zwei charakteristische Beispiele heraus, zunächst einen Strang mit radialsymmetrischer Anordnung der Außenlitzen und daraufhin einen, in dem die Phasenlage jeder zweiten Außenlitze gegenüber der radialsymmetrischen Ausführung um 30° versetzt ist. Die Phasenlage der Kernlitze, die bezüglich der Seilbiegung eine weitere Variationsmöglichkeit bietet, ist frei gewählt, jedoch bei beiden Ausführungen gleich.

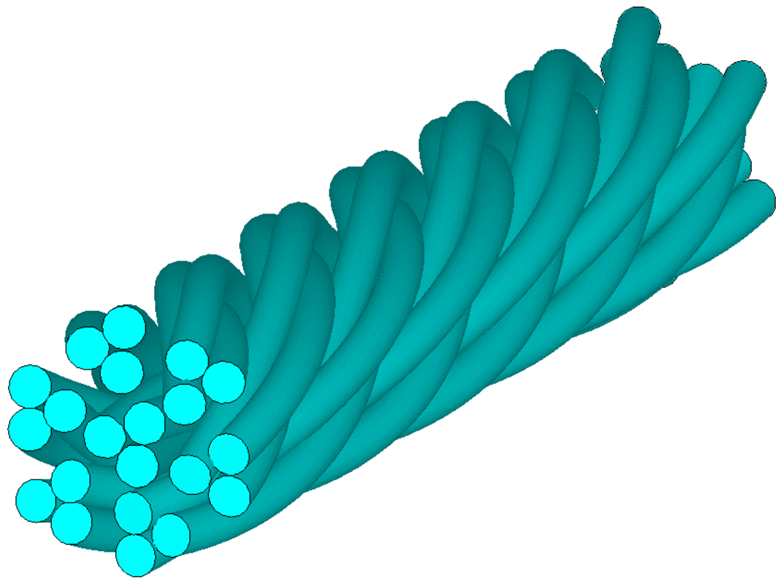


Bild 4.57: FE-Modell einer Schlaglänge der Konstruktion 7x(3x0,15)zS (radialsymmetrisch)

Belastungssimulation der Konstruktion 7x3

Wie bereits bei der Konstruktion 3x3 sind die resultierenden Drahtbeanspruchungen schon bei reiner Seilzugbelastung sehr komplex und mit den herkömmlichen Methoden nicht mehr vollständig vorhersagbar. So werden auch hier die lokalen Drahtbiegungen durch Überlagerung der Biegung der Drähte um die Litzenachse, Biegung der Litzen um die

Seilachse sowie der sekundären Biegung der Drähte und Litzen um die Draht- bzw. Litzenkontaktstellen untereinander erzeugt. Zudem erhält man aufgrund des vorliegenden Schlaglängenverhältnisses unter Beachtung der Kernlitze praktisch in jedem beliebigen Querschnitt eine andere Geometrie und damit verschiedene Belastungsbilder schon bei reiner Zugbeanspruchung des Seils. Trotzdem sind auch hier charakteristische Effekte zu erkennen. So zeigt Bild 4.58 einen Querschnitt der radialsymmetrischen Ausführung bei reiner Seilzugbelastung mit σ_z=440 N/mm². Hier stützen sich die Außenlitzen ausschließlich gegenseitig ab, der Abstand derselben zur Kernlitze ist beträchtlich. Diese lokale Gewölbebildung tritt periodisch auf, pro Schlaglänge genau sechsmal. In den dazwischenliegenden Seilabschnitten berühren immer drei der sechs Außenlitzen die Kernlitze.

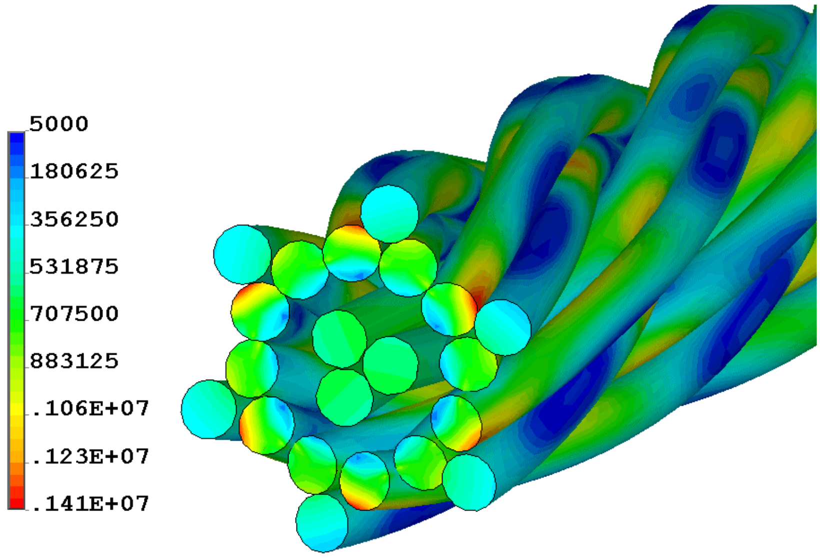


Bild 4.58: Gewölbebildung im Querschnitt der radialsymmetrischen Konstruktion 7x(3x0,15)zS (vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² bei reiner Zugbelastung σ_z*=440 N/mm²)*

Bild 4.59 zeigt die Seillängsspannungen in zwei dieser Querschnitte. Wie auch die vonMises- ist die Seillängsspannung in Bild 4.59a durch die Gewölbebildung, die in den sich gegenseitig abstützenden Drähten der Außenlitzen einen erheblichen, nach außen gerichteten Biegegradienten verursacht, deutlich erhöht und beträgt mit 1210 N/mm² fast das Dreifache der Seilzugspannung. Die maximalen Spannungen im Querschnitt mit Kontakt zur Kernlitze (Bild 4.59b) sind mit etwa 950 N/mm² um einiges geringer, hier ist lediglich ein schwacher, zur Seilachse gerichteter Biegegradient in den Außendrähten zu erkennen.

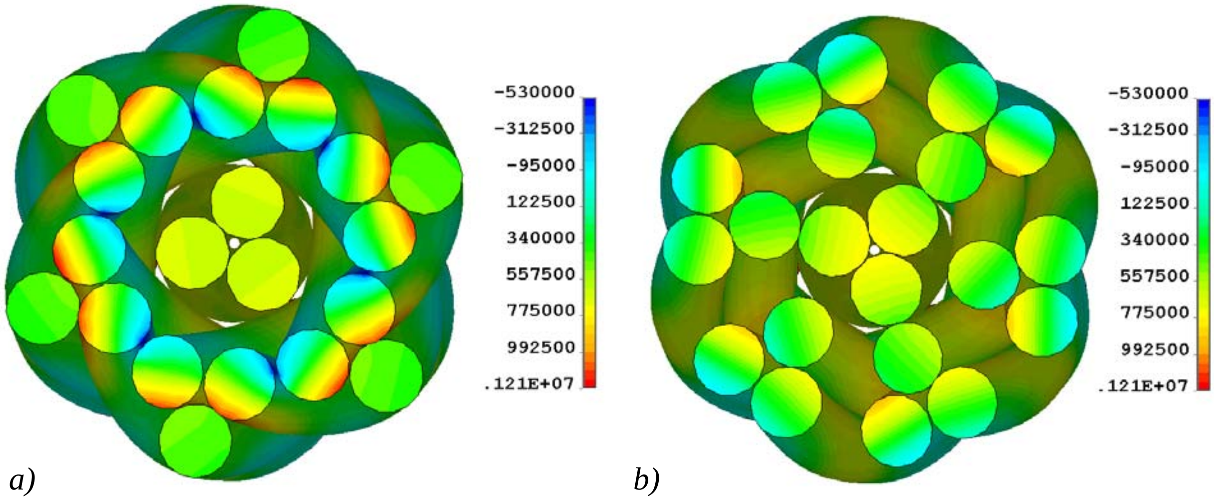
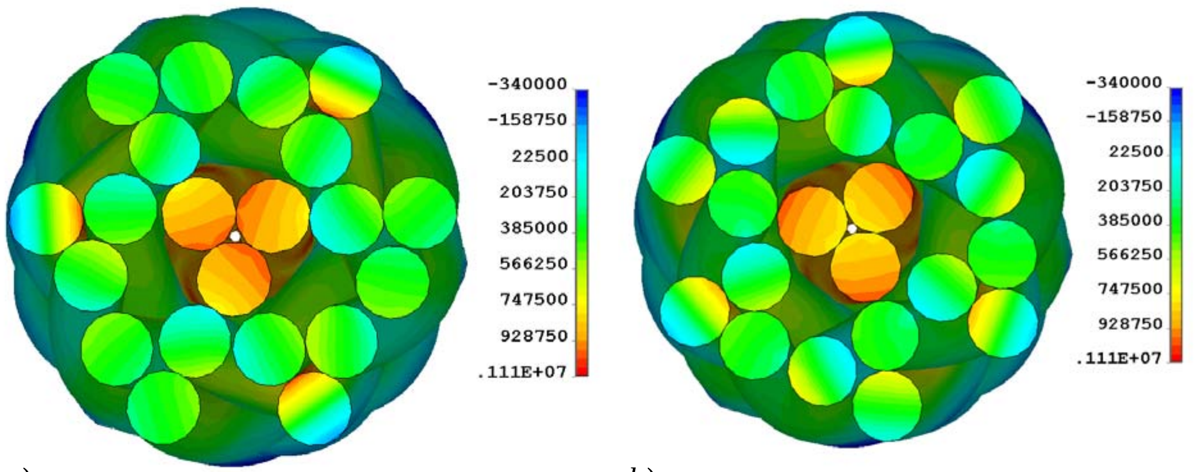


Bild 4.59: Verteilung der Seillängsspannung in mN/mm² in zwei typischen Querschnitten der radialsymmetrischen Konstruktion 7x(3x0,15)zS bei reiner Zugbelastung mit σ_z=440 N/mm² a) Außenlitzen stützen sich ausschließlich gegenseitig, b) Kontakt dreier Außenlitzen zur Kernlitze

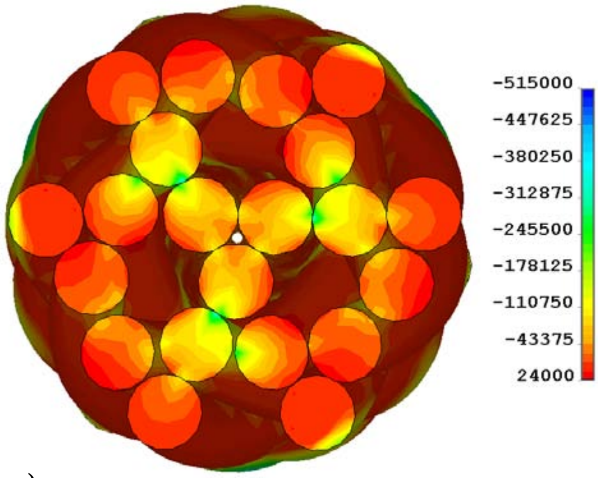
Auch die Kernlitze selbst wird im gesamten Seil mit maximal ca. 750 N/mm² deutlich geringer als die Außenlitzen belastet. Bemerkenswert ist zudem, dass über die vollständige untersuchte Seilschlaglänge hinweg nur die drei Außenlitzen Kontakt zur Kernlitze erhalten, die diese auch im Querschnitt von Bild 4.59b berühren. Die verbleibenden drei äußeren Litzen stützen sich ausschließlich auf ihren Nachbarlitzen in den Querschnitten entsprechend Bild 4.59a ab.

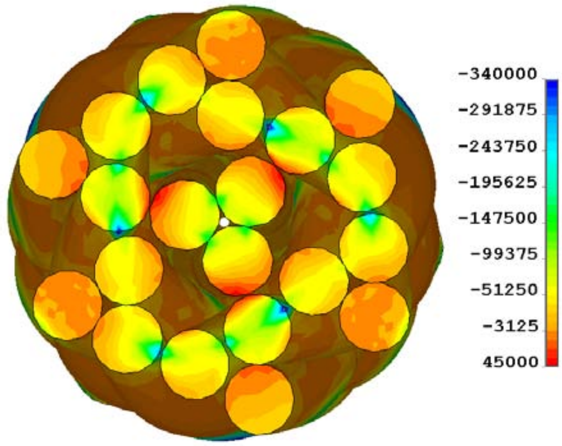
Der Hauptnachteil des radialsymmetrischen Strangs, einerseits im Querschnitt mit Kontakt zur Kernlitze einen sehr großen Abstand aller Außenlitzen untereinander aufzuweisen, andererseits jedoch im Querschnitt nach Bild 4.59a ein Gewölbe zu bilden, ist zu vermeiden, indem jede zweite Außenlitze um 60° um ihre eigene Achse gedreht wird, wodurch immer etwa gleiche Abstände zwischen den Drähten der benachbarten Außenlitzen entstehen. Die hier betrachteten Fälle sind nur als theoretisches Gedankenspiel anzusehen, da die Seilhersteller in der Praxis die Ausgangsphasenlage der Litzen beim Verseilen kaum beeinflussen können. Aber man kann annehmen, dass sich die Belastungen eines realen Seils der Konstruktion 7x3 zwischen diesen Extremfällen bewegen. Bild 4.60 zeigt wiederum zwei charakteristische Querschnitte des Seils 7x3 mit nun drei phasenversetzten Außensträngen. Zwar kann eine Gewölbebildung tatsächlich vermieden werden, die maximalen Seillängsspannungen liegen dennoch nur geringfügig unter denen des radialsymmetrischen Seils. Zum einen weist nun die Kernlitze eine recht hohe Belastung auf, welche darauf zurückzuführen ist, dass die Außenlitzen der Zugbelastung durch Einschnürung bzw. sekundäre Biegungen nachgeben können, also zur Seilachse hinwandern. Die Kernlitze, die der äußeren Beanspruchung praktisch nur durch ihre eigene Dehnung nachkommen kann, nimmt somit einen Großteil der gesamten angreifenden Seilzugkraft auf. Zum anderen verschieben die Außenlitzen die Drähte der Kernlitze an ihren Kontaktstellen leicht (Bild 4.61a), so dass eine zusätzliche lokale Biegespannung in diesen Drähten auftritt (s. Bild 4.60a). Wieder berühren nur jeweils drei der sechs Außenlitzen die Kernlitze in einem Querschnitt, diesmal wechseln jedoch die kontaktierenden Litzen entlang der Seilachse, so dass letztendlich alle Außenlitzen in Kontakt mit der Kernlitze kommen. Weiterhin sind in den Außendrähten der nicht die Kernlitze berührenden Außenlitzen sehr hohe, zur Seilachse gerichtete Biegegradienten zu erkennen, wie es Bild 4.60a verdeutlicht. Hier kommt es zu einer für die Gesamtbelastung sehr ungünstigen Überlagerung der zugkraftbedingten Litzenbiegung um die Seilachse und Drahtbiegung um die Litzenachse. Bild 4.60b sowie Bild 4.61b zeigen, dass auch hier der Fall auftritt, in welchem sich ausschließlich die Außenlitzen gegenseitig berühren, jedoch ohne eine so ausgeprägte Gewölbebildung wie beim radialsymmetrischen Seil.



a) *b)*

Bild 4.60: Verteilung der Seillängsspannung in mN/mm² in zwei typischen Querschnitten der Konstruktion 7x(3x0,15)zS mit drei phasenversetzten Außensträngen bei reiner Zugbelastung σ_z*=440 N/mm²*
a) Außenlitzen stützen sich untereinander und auf der Kernlitze ab, b) Außenlitzen stützen sich ausschließlich untereinander





a) *b)*

Bild 4.61: Kontaktstellen zwischen den Drähten bzw. Litzen der Querschnitte aus Bild 4.60 bei reiner Zugbelastung σ_Z=440 N/mm² (Darstellung der dritten Hauptspannung, grüne und blaue Bereiche entsprechen Kontaktstellen)
a) Außenlitzen stützen sich untereinander und auf der Kernlitze ab, b) Außenlitzen stützen sich ausschließlich untereinander

Man kann aber davon ausgehen, dass sich die vergleichsweise hohen Zugspannungen der Kernlitze durch entsprechendes Vorrecken des Seils und der daraus folgenden verringerten Einschnürung der Außenlitzen unter Zugbelastung deutlich reduzieren lassen. Da die genauen Vorgänge beim Vorrecken jedoch herstellerspezifisch und als wesentliche Technologie auch nicht allgemein zugänglich sind, müssen deren Auswirkungen auf die Einschnürung sowie auf die nicht unerheblichen sekundären Biegespannungen späteren Untersuchungen an konkreten Seilausführungen vorbehalten bleiben.

Bei zusätzlicher Biegung des Seils über die glatte Scheibe kommen zu der Vielzahl der Effekte, die schon bei reiner Zugbeanspruchung die Spannungsverteilung in den Drähten bestimmen, noch die Einflüsse der Seilkrümmung an sich sowie der Kontaktstellen zur Scheibe hinzu. Im radialsymmetrischen Seil treten bei einem Biegeverhältnis D/d_S=100 jedoch weiterhin die durch die Gewölbebildung hervorgerufenen Spannungserhöhungen am deutlichsten zutage, wie es Bild 4.62 erkennen lässt. Da an diesen Stellen zudem der Seildurchmesser am größten wird, sind hier gleichzeitig die Kontaktstellen zur Scheibe zu finden. Obgleich der kontaktbedingte Polygoneffekt gegenüber der Konstruktion 3x3 weitaus geringer ausgeprägt ist, führt er zu einer zusätzlichen Biegebelastung, welche die Biegespannungen zwar in den zur Scheibe gerichteten Litzen verringert, in den von ihr abgewandten jedoch zusätzlich erhöht. Gegenüber reiner Zugbelastung steigen hier die Maxima von etwa 1400 N/mm² auf 1550 N/mm², was allerdings lediglich eine Spannungserhöhung um ca. 10 Prozent bedeutet.

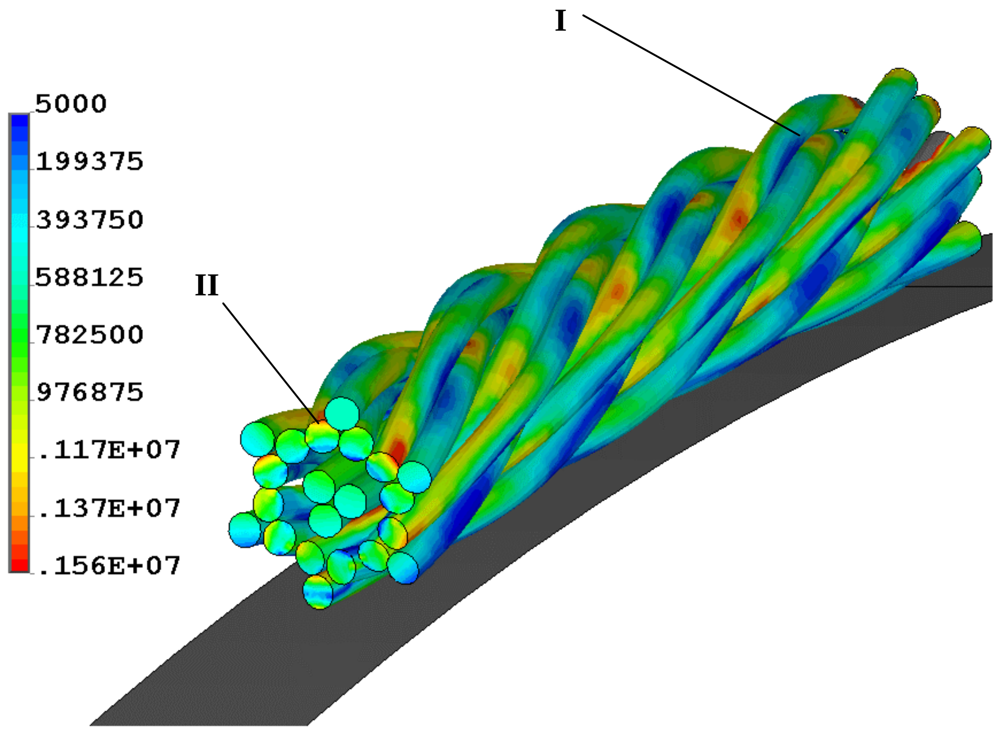


Bild 4.62: Gewölbebildung bei Biegung der radialsymmetrischen Konstruktion 7x(3x0,15)zS über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm², vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm²)

Das Verhältnis von 9 mm zu 8 mm zwischen Litzen- und Seilschlaglänge führt wie erwartet dazu, dass der Querschnitt mit den Kontaktstellen zur Scheibe gegenüber dieser entlang der Seilachse rotiert. So zeigt Bild 4.63 zwei Querschnitte mit Kontakt zur Scheibe innerhalb einer Seilschlaglänge, in Bild 4.62 jeweils mit I und II gekennzeichnet. Beide Querschnitte sind deutlich gegeneinander verdreht, jedoch hat innerhalb der hier simulierten Seilschlaglänge immer nur ein einzelner Draht definierten Kontakt zu Scheibe. Anhand dieser Darstellungen ist aber leicht vorstellbar, dass, folgt man der Seilachse noch ein Stück weiter, sich der Scheibenkontakt in einen anderen Querschnitt verlagert oder sogar auf mehrere Drähte aufteilt. Folglich sind dort auch völlig andere Belastungsverhältnisse zu erwarten. Zudem besteht wie schon bei der Konstruktion 3x3 die Gefahr, dass das Seil unter eigener Torsion zu stabilen Kontaktverhältnissen auf der Scheibe strebt. Für eine umfassende Analyse des tatsächlichen Verhaltens des Seils ist somit die Betrachtung mehrerer Schlaglängen erforderlich. Der Rechenaufwand ist jedoch insbesondere für zweifach verseilte Konstruktionen außerordentlich hoch, so dass sich die vorliegende Arbeit auf die hier gezeigte eine Schlaglänge beschränken muss und somit lediglich als ein erster Berechnungsansatz anzusehen ist.

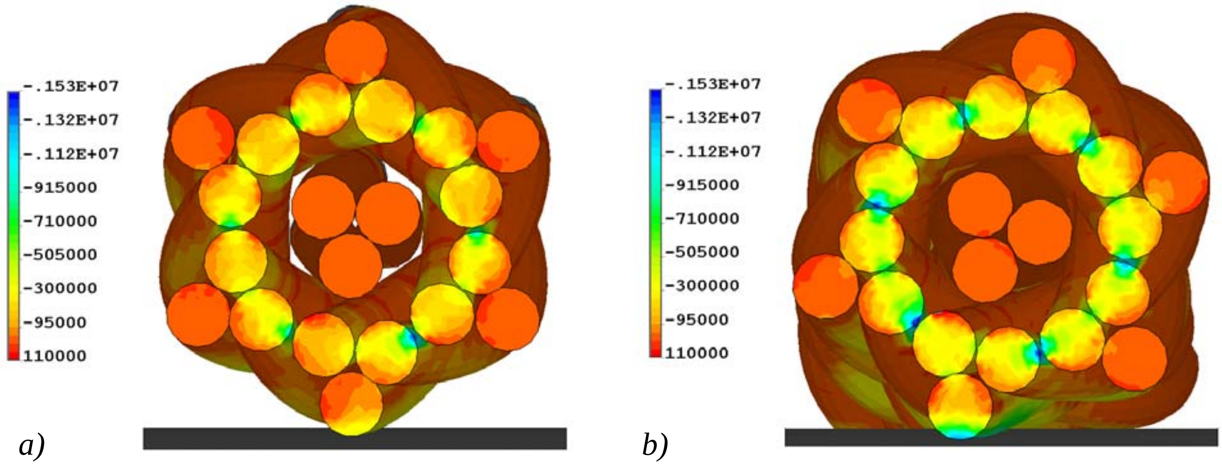


Bild 4.63: Seilquerschnitt des radialsymmetrischen Seils mit Kontakt zur Scheibe (Darstellung der dritten Hauptspannung, grüne und blaue Bereiche entsprechen Kontaktstellen)
a) im Bereich I nach Bild 4.62, b) im Bereich II nach Bild 4.62

Bei Biegung des Seils mit den phasenversetzten Litzen sind zwar, wie schon bei reiner Zugbelastung, keine ausgeprägten Gewölbebildungen zu erkennen, die maximalen auftretenden Vergleichsspannungen liegen jedoch mit ca. 1700 N/mm² sogar noch über den Spitzenwerten des radialsymmetrischen Strangs. Bild 4.64 zeigt die zwei Seilquerschnitte der betrachteten Seilschlaglänge mit den höchsten Spannungswerten. In Bild 4.64a ist die Litze mit Kontakt zur Scheibe weder durch die Kernlitze noch durch die anderen Außenlitzen ausreichend gestützt. Dadurch bewegt sie sich lokal in das Seil hinein, wodurch vergleichsweise hohe Biegespannungen in ihren Drähten entstehen. Bild 4.64b zeigt hingegen erhöhte Spannungen in der Kernlitze. Hier besteht Kontakt zwischen der die Scheibe berührenden Außenlitze und der Kernlitze. In der Folge biegt sich letztere lokal über die Außenlitze und erhält so die erhöhten Spannungen.

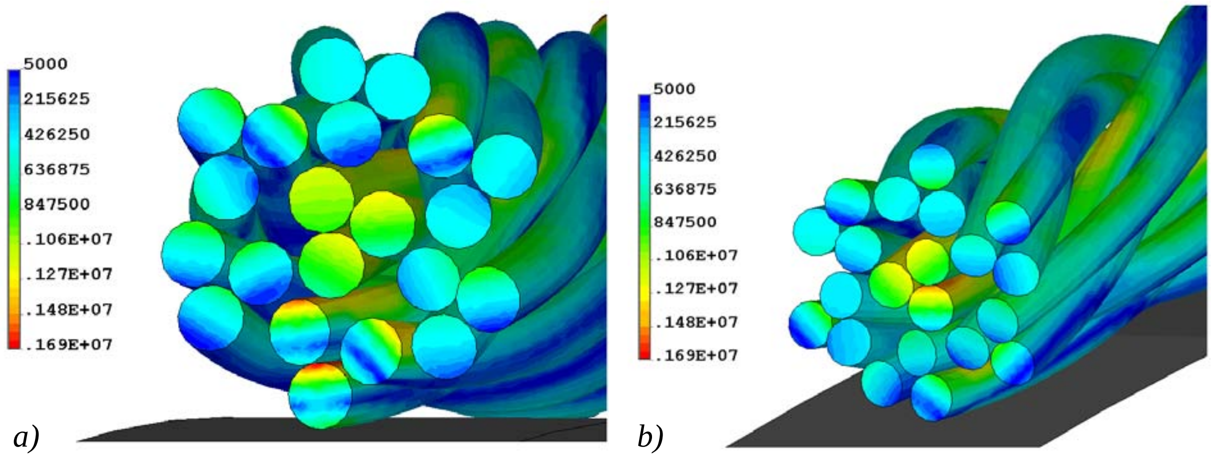


Bild 4.64: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung im Seil 7x(3x0,15)zS mit phasenversetzten Außenlitzen bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm², Spannung in mN/mm²)
a) Litze mit Kontakt zur Scheibe ist ungestützt , b) Litze mit Kontakt zur Scheibe stützt sich auf Kernlitze ab

Vergleich der Biegebeanspruchung der einfachen Litze 1+6 und der Konstruktion 7x3

Stellt man die über knapp eine Seilschlaglänge maximal auftretenden Spannungen der Drähte einer Litze im Seil 7x3 denen eines Drahtes des in Kap. 4.3 untersuchten einfachen Strangs 1+6 gegenüber, fällt auf, dass bei gleicher äußerer Belastung (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm²) insgesamt keine überragenden Vorteile der zweifach verseilten Konstruktion zu erkennen sind, obwohl nach Gl.(4.16) aufgrund der geringeren Drahtdurchmesser der von *Reuleaux* berechnete Biegespannungsanteil weniger als halb so groß wie bei der einfachen Litze sein sollte. Wie aus Bild 4.65 hervorgeht, liegt zwar das Maximum der Vergleichsspannung im Draht der Litze 1+6, welches an der Kontaktstelle zur Scheibe auftritt, um reichlich zehn Prozent über den Spitzenwerten des radialsymmetrischen komplexen Seils, über die gesamte Schlaglänge gesehen ergibt sich jedoch eine zumeist geringere Belastung der einfachen Litze, da die Gewölbebildung in der Konstruktion 7x3 zahlreiche sekundäre Biegungen und damit lokale Belastungsspitzen erzeugt. Das Seil mit phasenversetzten Außenlitzen vermeidet hingegen diese Gewölbebildung und weist damit auch eine gegenüber der Litze 1+6 weitestgehend geringere Beanspruchung auf. An der Kontaktstelle zur Scheibe tritt jedoch das in Bild 4.64a dargestellte Problem der ungestützten Außenlitze auf, wodurch an dieser Stelle die Maximalspannungen des Drahtes der einfachen Litze sogar noch leicht übertroffen werden.

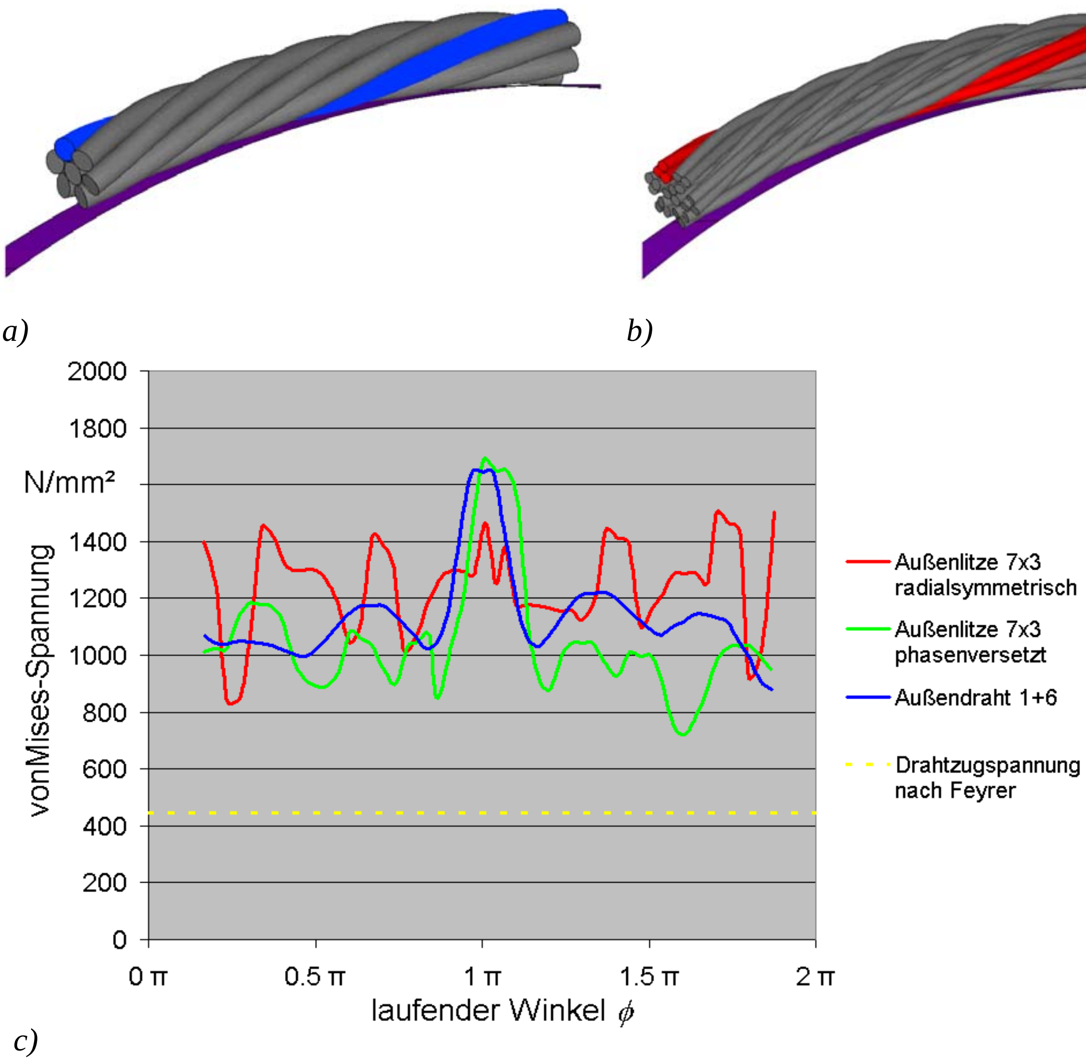


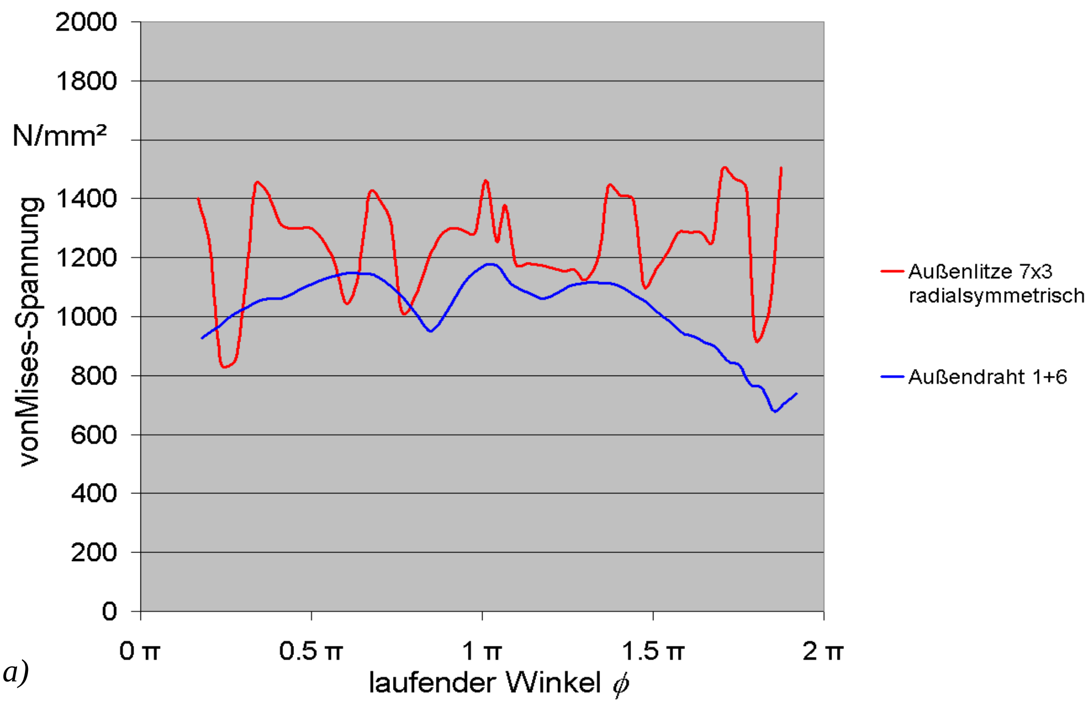
Bild 4.65: Gegenüberstellung der maximalen vonMises-Vergleichsspannung über knapp eine Seilschlaglänge in einem Draht des einfachen Seils 0,365+6x0,35 und in einer Litze der Konstruktion 7x(3x0,15)zS bei Biegung über eine glatte Scheibe mit gleicher Seilbelastung (D=100 d_S, σ_z=440 N/mm²)
a) betrachteter Draht der Litze 1+6 blau markiert, b) betrachtete Litze des Seils 7x3 rot markiert, c) Gegenüberstellung der maximalen Spannungswerte (die Werte unmittelbar an den Einspannstellen bei 0 und 2π sind durch diese beeinflusst und deshalb hier ausgeblendet)

Allerdings hat die hier gewählte Litze 1+6 mit 18 mm eine mehr als doppelt so große Schlaglänge wie das Seil 7x3. Außerdem ist eine direkte Gegenüberstellung auf Basis übereinstimmender Seilzugspannungen und Biegeverhältnisse nicht praxisrelevant. Um tatsächlich vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, wird im weiteren von folgenden Überlegungen ausgegangen: Gegeben ist eine glatte Scheibe, über welche das bereits behandelte radialsymmetrische Seil 7x3 unter einer Seilzugkraft S=164 N, die der Seilzugspannung σ_z=440 N/mm² entspricht, gebogen ist. Dieses will man nun durch einen einfachen Strang 1+6 ersetzen. Darf in diesem ebenfalls die zugkraftbedingte

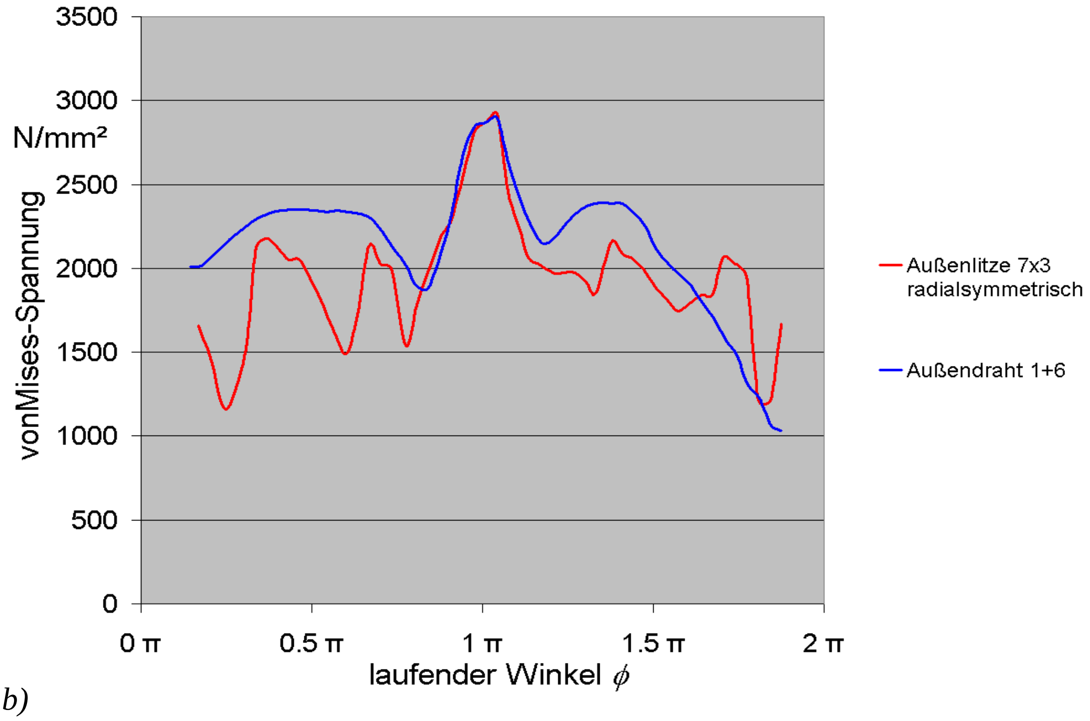
Seilzugspannung σ_z=440 N/mm² nicht überschritten werden, ergibt sich nach Gl.(4.5) ein Einzeldrahtdurchmesser von mindestens 0,26 mm. Da in der Konstruktion 7x3 sieben identische Litzen verseilt sind, sollen auch bei der Litze 1+6 sieben Drähte gleichen Durchmessers zur Anwendung kommen. Um der Forderung nach vergleichbarer Geometrie nachzukommen, wird der Schlagwinkel der Drähte im einfachen Strang dem der Litzen der Konstruktion 7x3 angepasst. Daraus resultiert nach Gl.(4.4) für die Litze 1+6 eine Schlaglänge l=6,43 mm. Da aufgrund der deutlich geringeren Anzahl der Drähte und des damit verbundenen kompakteren Aufbaus bei gleichem metallischen Querschnitt A_m der Außendurchmesser der einfachen Litze mit 0,78 mm etwa 20% unter dem des Seils 7x3 von etwa 0,97 mm liegt, ergeben sich für die Konstruktion 1+6 für die vorgegebene Scheibe auch wesentlich günstigere Biegeverhältnisse D/d_S. Bild 4.66 zeigt die sich aus den neuen Seilparametern ergebende Gegenüberstellung mit dem radialsymmetrischen Seil 7x3 jeweils für die Biegung um eine relativ große und eine kleine Scheibe. Die Zuordnung der Drähte entspricht dabei wieder Bild 4.65a und b. Wird das Seil wie in Bild 4.66a nur geringfügig gebogen, ist die zweifach verseilte Konstruktion aufgrund der sekundären Biegungen und Gewölbebildung deutlich im Nachteil, nahezu über die gesamte Schlaglänge ergeben sich höhere Vergleichsspannungen. Erst bei starker Reduzierung des Biegedurchmessers verschiebt sich das Bild zugunsten des komplexen Seils, die Spitzenwerte treten nun bei beiden Konstruktionen an der Berührungsstelle zur Scheibe auf (Bild 4.66b), erreichen allerdings auch bei beiden Werte nahe der Zerreißgrenze, womit dieser Belastungsfall für beide Seiltypen nicht mehr in Frage kommt.

4.5.3 Zusammenfassung

In der Konsequenz ist festzustellen, dass zumindest aus Sicht der maximal auftretenden Vergleichsspannungen der Einsatz der Konstruktionen 3x3 sowie 7x3 anstelle der einfachen Litze 1+6 beim Lauf über eine glatte Scheibe keine Vorteile bringt, zumal die geringeren Drahtdurchmesser des komplexen Seils auch eine höhere Anfälligkeit gegenüber verschleißbedingtem Drahtbruch besitzen. Die Vorteile der geringeren Biegespannung in den dünneren Filamenten werden durch die sekundären Effekte, die durch die Wechselwirkungen der sich oft nur punktförmig berührenden Drähte und Litzen im komplexen Seil entstehen, weitestgehend in den Hintergrund gedrängt. Darüber hinaus führt der stark polygonale Querschnitt des Seils 3x3 zu sehr ungünstigen Biegeverhältnissen auf der Scheibe.



a)



b)

Bild 4.66: Vergleich der maximalen vonMises-Vergleichsspannung über knapp eine Seilschlaglänge in einer Litze der radialsymmetrischen Konstruktion 7x(3x0,15)zS und in einem Draht des entsprechenden einfachen Seils 7x0,26 bei Biegung über eine glatte Scheibe unter gleicher Seilzugspannung σ_z=440 N/mm²
a) maximale Spannungswerte bei Biegung um eine große Scheibe mit D=96,7 mm (entspricht D/d_S=100 für Typ 7x3 und D/d_S=124 für Litze 1+6), b) maximale Spannungswerte bei Biegung um eine kleine Scheibe mit D=29 mm (entspricht D/d_S=30 für Typ 7x3 und D/d_S=37 für Litze 1+6)

4.6 Zugstränge in Zahnriemen

Im Gegensatz zur allgemeinen Fördertechnik, bei welcher die Drahtseile meist direkt über Seilscheiben mit verschieden ausgeführtem Rillenprofil laufen, sind Zugstränge in Zahnriemen wie auch in Flach- oder Keilriemen von einem Elastomer umgeben. Während sich bei Polychloropreneriemen weitestgehend Aramid- und Glasfasern als Zugstränge durchgesetzt haben, sind Stahlseile hauptsächlich in Zahnriemen aus Polyurethan, kurz PU genannt, zu finden. Aber auch in Autoreifen spielen Feinseile aus Stahl eine sehr wichtige Rolle, die hier jedoch nicht Gegenstand der Betrachtung sein sollen.

Bild 4.67 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Zahnriemens aus Polyurethan mit dem Hochleistungsprofil[1] AT. Im Gegensatz zu Flachriemen ermöglichen die Riemenzähne schon bei deutlich geringerer Vorspannung das Übertragen großer Drehmomente. Die resultierenden Zugkräfte im Trum werden von den nebeneinander angeordneten Zugsträngen aufgenommen.

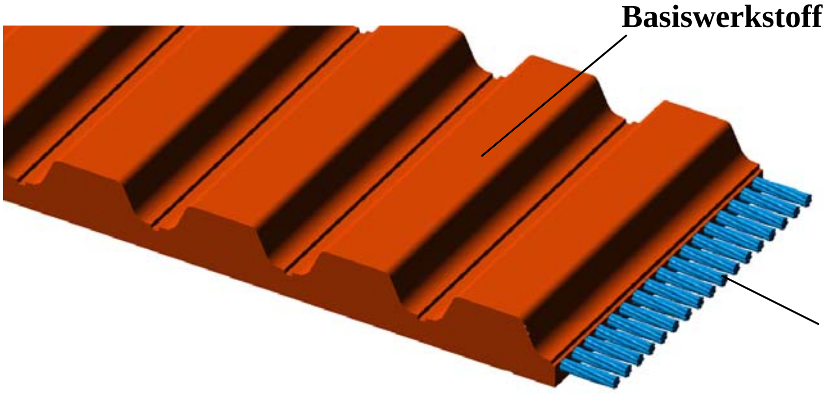


Bild 4.67:Typischer Aufbau eines Zahnriemens aus Polyurethan mit Zugsträngen aus Stahllitze

Ein Riemen für Positionierzwecke wird meist aus sogenannter Meterware hergestellt, wobei man die kammförmig ausgeführten Enden eines zugeschnittenen Riemenstücks der gewünschten Länge verschweißt. Die so entstandene Verbindungsstelle kann nur eingeschränkt eine Zugkraft übertragen, da die Zugstränge unterbrochen sind. Deshalb kommen bei Anwendungen im Hochleistungsbereich sogenannte Endlosriemen zum Einsatz. Bei diesen wird ein einziger Zugstrang helixartig mit nur sehr geringer Steigung über zwei gegenüberliegende Scheiben gewickelt und anschließend im Extrusionsverfahren mit dem Basiswerkstoff umgeben. Der Abstand der beiden Scheiben legt die resultierende Riemenlänge fest. Fertigungsbedingt sind die Zugstränge also gegenüber der im Riemen

[1] Hochleistungsprofile zeichnen sich durch ein vergrößertes Zahnvolumen aus, und die entsprechenden Zahnriemen haben verstärkte Zugstränge. Dadurch ergibt sich eine wesentlich höhere Belastbarkeit.

wirkenden Zugkraft um einen kleinen Winkel versetzt, der in der Praxis jedoch kaum eine Rolle spielt. Wichtiger ist der Umstand, dass auch zweifach verseilte Zugstränge nie völlig drehungsfrei sind. Um die zugkraftbedingten Drehmomente zu minimieren, die für das seitliche Ablaufen des Riemens von der Zahnscheibe verantwortlich sind, besitzen moderne Meterware-Ausführungen abwechselnd ansonsten identische Zugstränge in sZ- und zS-Spulung. Bei Endlosriemen kann das Problem mit zwei parallelen, mit entgegengesetzter Schlagrichtung gewickelten Zugsträngen behoben werden. Allerdings verdoppeln sich damit die notwendige Steigung im Riemen und der resultierende Winkel zwischen der Trumkraft und der Ausrichtung der Zugstränge.

4.6.1 Belastungsverhalten eingebetteter Zugstränge

Da, wie in den vorangegangenen Kapiteln dargestellt, der Einfluss der direkten Kontaktstellen zwischen Seil und Scheibe auf die Belastungsverteilung im Zugstrang sehr groß ist, kann man annehmen, dass der in ein Elastomer eingebettete Zugstrang ein deutlich abweichendes Verhalten zeigt. Bei dessen Simulation mit FEM ergibt sich jedoch ein zusätzlich erhöhter Rechenaufwand, da nun auch die Deformation des Basiswerkstoffs mit zu berücksichtigen ist und die Elementanzahl weiter steigt. Im folgenden soll deshalb zunächst nur die schon in Kap. 4.3 behandelte einfache Litze 0,365+6x0,35 Gegenstand der Untersuchung sein, diesmal jedoch in eine zylinderförmige Schicht Polyurethan eingebettet. Diese wird anfangs ebenfalls über eine glatte Scheibe gebogen. Im weiteren Verlauf kommen noch Untersuchungen der Konstruktion 3x3 in Verbindung mit einer Schicht des Elastomers sowie der einfachen Litze unter Berücksichtigung des Zahnriemenprofils hinzu, um z.B. Rückschlüsse zur Wirkung des in der Literatur häufig zitierten Polygoneffektes der verzahnten Scheibe auf das Biegeverhalten der Zugstränge ziehen zu können.

Belastungsverhalten einer von PU umgebenen Litze 0,365+6x0,35

Wie bereits erwähnt, ist ein möglichst tiefes Eindringen des Elastomers in die Draht- bzw. Litzenzwischenräume Voraussetzung für die gute Verankerung der Zugstränge im Riemen. Somit sind Konstruktionen wie die der Litze 7x0,35, die schon von vornherein eine durchgehende Gewölbebildung durch Linienberührung in der Außenlage aufweist, für den Einsatz in Zahnriemen ungeeignet. Die Litze 0,365+6x0,35 hat im geraden, entspannten Zustand, wie in Kap. 4.3.2 beschrieben, eine Sperrung von etwas über 5 µm, durch die das Polyurethan während der Extrusion in Richtung Kerndraht eindringen kann. Wie weit das Elastomer jedoch genau die Zwischenräume penetriert, ist von einer Vielzahl äußerer

Faktoren abhängig. Auch hier ist jeder Riemenhersteller bemüht, durch spezielle Prozess- und Werkstoffoptimierung die Eindringtiefe weiter zu steigern. Für die folgenden Betrachtungen wird angenommen, dass das Polyurethan bis auf das 0,8-fache des Windungsradius der Außendrähte in den Zugstrang vordringt. Bild 4.68 zeigt das Modell des Zugstrangs, eingebettet in einen Elastomerzylinder mit 1,5-facher Ausdehnung des Seildurchmessers. Da hier die mechanischen Belastungen der Zugstränge im Vordergrund stehen und zunächst nur der Einfluss des Elastomers auf das Systemverhalten wichtig ist, kann die Netzdichte im PU deutlich gröber als im Zugstrang ausfallen. Problematisch für die Vernetzung sind jedoch die sehr engen Zwischenräume der Außendrähte, in denen eine hohe Belastung im Elastomer zu erwarten ist.

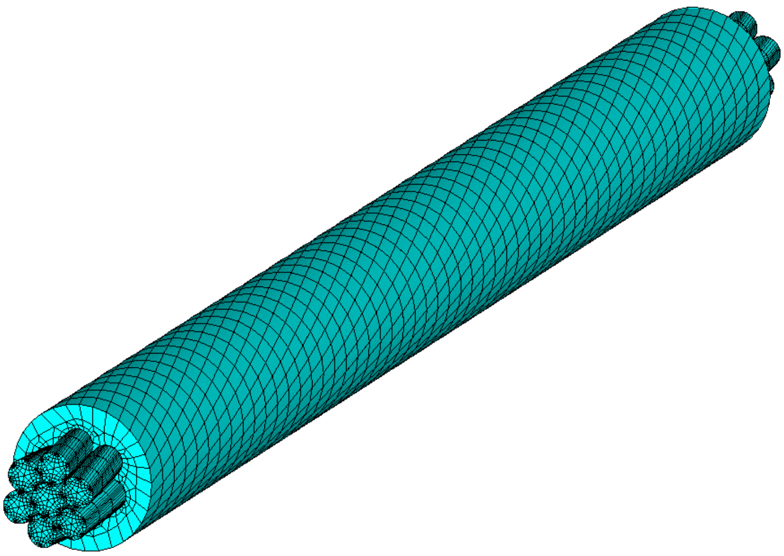


Bild 4.68: Einfache Litze 0,365+6x0,35, zylinderförmig in PU eingebettet

Für die Berechnungen wird angenommen, dass zwischen den Drähten und dem kontaktierenden Werkstoff PU entsprechend dem Idealfall keine Relativbewegungen stattfinden können. Das Elastomer ist wie auch der Zugstrang selbst mit Hexaeder-Elementen vernetzt. Obwohl Polyurethan strenggenommen ein hyperelastisches Verhalten aufweist, ist aufgrund der gewonnenen Erfahrungen bei der Simulation von Zahnriemengetrieben [Ifte2] ein lineares Werkstoffmodell für die hier betrachtete Problematik ausreichend. Der dabei verwendete E-Modul für PU beträgt 40 N/mm², die Querkontraktionszahl ν aufgrund der Inkompressibilität 0,49 und der Reibwert zur Stahlscheibe wird mit 0,8 festgelegt [Ifte2].

Bild 4.69 zeigt die vonMises-Vergleichsspannungen in der Litze jeweils mit und ohne Ummantelung unter der Zugbelastung S=300 N. Der Einfluss des Elastomers ist aufgrund seiner geringen Steifigkeit nahezu vernachlässigbar, lediglich die Richtung des Biegegradienten der Außendrähte ändert sich leicht. Der grau dargestellte Bereich im PU repräsentiert Spannungen, die weit unterhalb der hier auf die Belastungen in den Zugsträngen bezogenen Farbskala liegen. Somit nimmt das Elastomer praktisch keine Zugkraft auf, und folglich stimmt die Gesamtdehnung des ummantelten Seils von ca. 0,22% mit der der bloßen Litze überein.

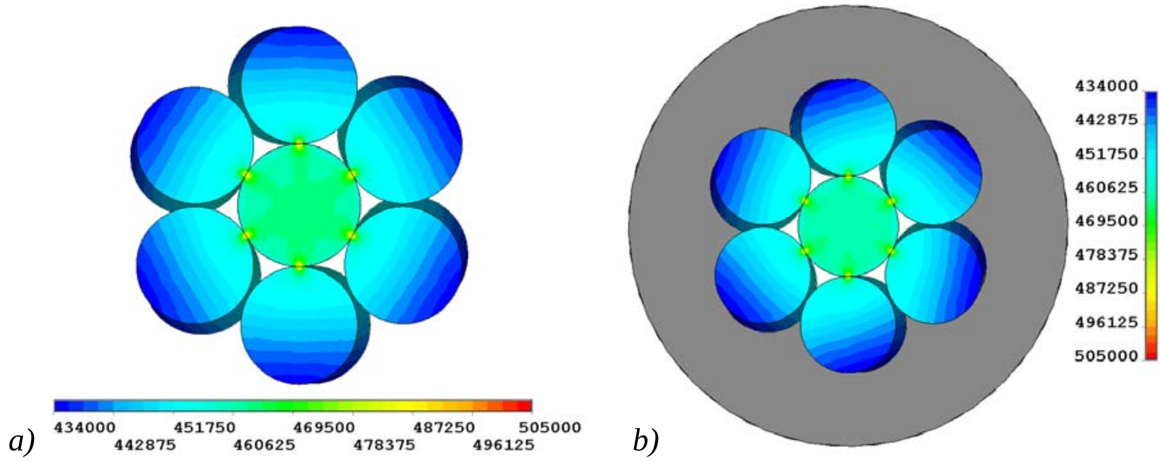


Bild 4.69: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im Strangquerschnitt 0,365+6x0,35 bei Zugbelastung S=300 N
a) reine Litze, b) Litze in PU eingebettet

Um bei zusätzlicher Biegung über eine glatte Scheibe ebenfalls ein Biegeverhältnis von D/d_S=100 zu erhalten, ist gegenüber der Anordnung mit bloßem Seil der Radius der Scheibe entsprechend der geometrischen Ausdehnung des Elastomers zu reduzieren. Allerdings wird unter Belastung das Elastomer so deformiert, dass sich der Biegeradius des eingebetteten Seils strenggenommen noch etwas verringert.

Besteht beim bloßen Seil nur lokal Kontakt zur Scheibe, der dort besonders hohe Spannungen nach sich zieht, berührt das elastische PU diese über die gesamte Länge und kann somit die Kontaktkraft gleichmäßiger aufteilen sowie den Polygoneffekt des Seils deutlich reduzieren. Bild 4.70 zeigt die Kontaktfläche zur Scheibe anhand der vonMises-Vergleichsspannung im PU. Die am unteren Ende deutlich zurückgehende Spannung ist den dortigen Randbedingungen geschuldet, die im Gegensatz zum entgegengesetzten Seilende ein Heranrücken an die Scheibe verhindern. Der verminderte Polygoneffekt wirkt sich auch auf den Verlauf der maximalen Vergleichsspannungen in einem Außendraht entlang einer Schlaglänge aus. Bild 4.71 zeigt gegenüber dem bloßen Seil eine starke Reduzierung der Spitzenwerte in dem Außendraht, wie er in Bild 4.65a hervorgehoben ist, um bis zu 30%.

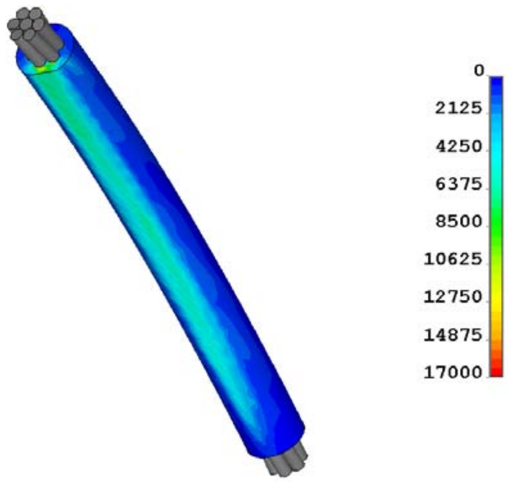


Bild 4.70: vonMises-Vergleichsspannung im Polyurethan an der Kontaktfläche zur glatten Scheibe in mN/mm² (D=100 d_S, S=300 N)

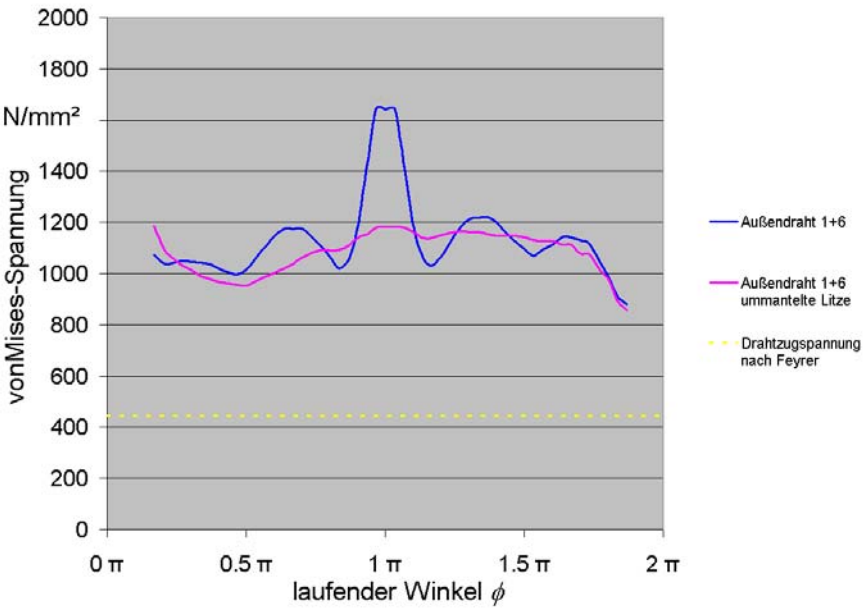
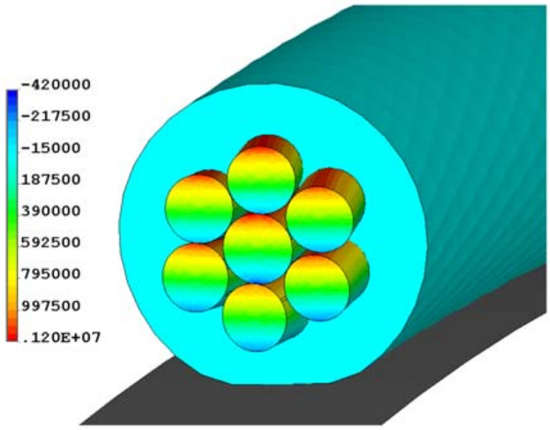
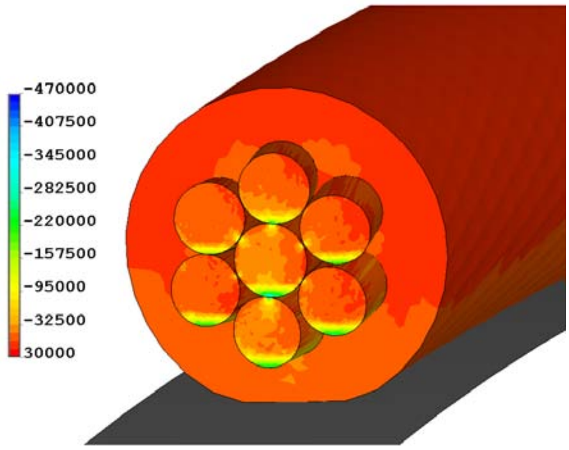


Bild 4.71: Maximale vonMises-Vergleichsspannung eines Außendrahtes entlang einer Schlaglänge mit und ohne Polyurethan-Ummantelung bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=300 N)

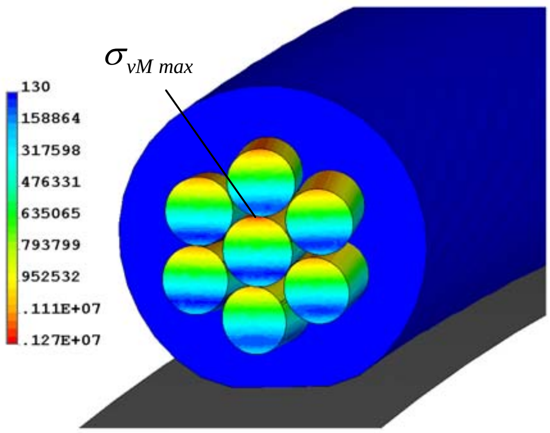
Bild 4.72 zeigt den Seilquerschnitt, der ohne PU-Einbettung die Scheibe berühren und somit, wie in Bild 4.22, Bild 4.24 sowie Bild 4.25 dargestellt, besonders hohe Belastungen aufweisen würde. In diesem verringern sich die Spitzenwerte der Axialspannung um 13%, die der dritten Hauptspannung um mehr als 50% und die der vonMises-Vergleichsspannung um mehr als 25% gegenüber der gebogenen Litze ohne Ummantelung, obwohl durch das Nachgeben des Elastomers das Biegeverhältnis D/d_S sogar noch etwas kleiner als 100 ist. Liegt in Bild 4.22 das Maximum der Vergleichsspannung an der Kontaktstelle des auf der Scheibe liegenden Außendrahtes zum Kerndraht, befindet es sich nun an der von der Scheibe abgewandten Seite des Kerndrahtes (Bild 4.72c). Dies ist auf die wesentlich verringerten Kontaktdrücke zwischen den Drähten zurückzuführen.



a)



b)



c)

Bild 4.72: Spannungsverteilungen in der Litze 0,365+6x0,35 mit PU in mN/mm² bei Biegung über eine glatte Scheibe (D=100 d_S, S=300 N)
a) Axialspannung,
a) dritte Hauptspannung,
c) vonMises-Vergleichsspannung

Belastungsverhalten des Seiltyps 3x3 mit einer Schicht PU zwischen Seil und Scheibe

Das Erstellen eines FE-Modells des von einem Elastomer umgebenen zweifach verseilten Zugstrangs ist aufgrund der Komplexität dieser Seilkonstruktionen äußerst problematisch. Einerseits stellen, wie bereits beschrieben, schon die vielen praktisch nicht vorhersehbaren Kontakte der einzelnen Filamente untereinander eine große Herausforderung an die Simulation dar, andererseits verlangt die stark strukturierte Seiloberfläche, die für die gute Verankerung im Elastomer sorgt, nach einer extrem hohen Elementanzahl des den Zugstrang vollständig umschließenden PU-Grundkörpers. Auf eine Berechnung nach diesem Schema, analog zur eingebetteten einfachen Litze 1+6, verzichtet deshalb diese Arbeit. Stattdessen wird eine gleichmäßige, quaderförmige Schicht PU zwischen die Scheibe und das Seil eingebracht (Bild 4.73). Diese kann zwar folglich nicht die Relativbewegung der Filamente insbesondere bei der Seilbiegung verhindern, jedoch die Kontaktdrücke zur Scheibe dämpfen, aus denen gemäß Kap. 4.5.1 die wesentlichen Seilbelastungen bei der direkten Biegung der Konstruktion 3x3 über eine Seilscheibe resultieren. Wie die vorangehenden Untersuchungen an der eingebetteten einfachen Litze 1+6 zeigen, sind die Auswirkungen der Elastomerummantelung auf die Kontaktdrücke weit entscheidender als auf die relativen Drahtverschiebungen, so dass die hier behandelte, deutlich einfachere Methode zumindest eine erste Orientierung für die Belastung der eingebetteten zweifach verseilten Konstruktion bietet.

Das betrachtete Seil ist identisch mit dem radialsymmetrischen Typ 3x(3x0,12)zS aus Kap. 4.5.1, der PU-Block hat eine Dicke vom 1,6-fachen des Seildurchmessers. Der Durchmesser der Scheibe ist unter Berücksichtigung der Elastomerschicht derart reduziert, dass der Seilbiegeradius dem der Anordnung in Kap. 4.5.1 entspricht. Wie auch das Seil ist der Elastomerblock an einem Ende fixiert, das entgegengesetzte Ende wird jedoch nur durch die am Zugstrang angreifende Kraft schrittweise gegen die Scheibe gedrückt. Die Seilzugspannung wird wiederum mit 440 N/mm² angesetzt, was einer Seilzugkraft von ca. 45 N entspricht.

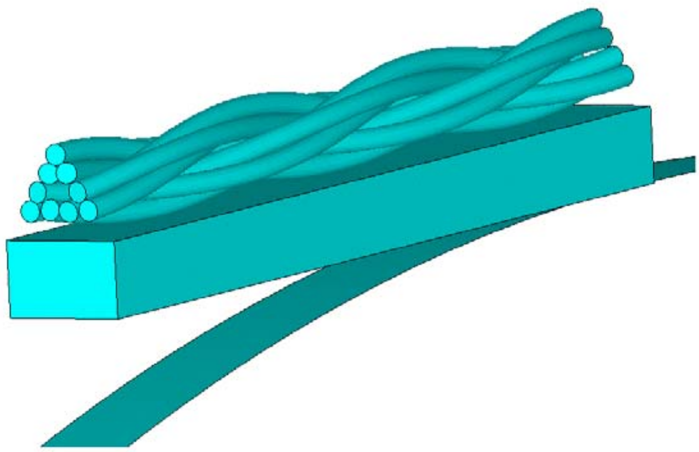


Bild 4.73: Modell der Konstruktion 3x3 mit eingefügtem Block aus PU zwischen dem Seil und der Scheibe

Auf die reine Zugbelastung des Seils hat der verwendete PU-Block selbstverständlich keinen Einfluss, bei Biegung entstehen jedoch im Vergleich zu den Ergebnissen in Kap. 4.5.1 deutlich verschiedene Spannungsverteilungen. Bild 4.74 zeigt die vonMises-Vergleichs-spannung im Bereich II des Seils nach Bild 4.75b.

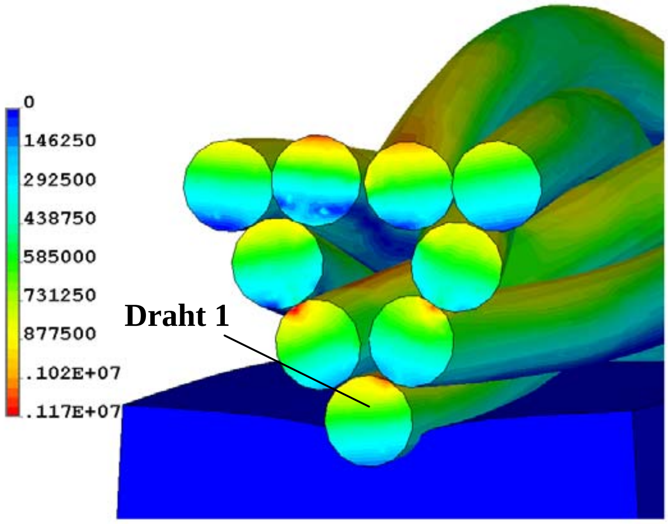
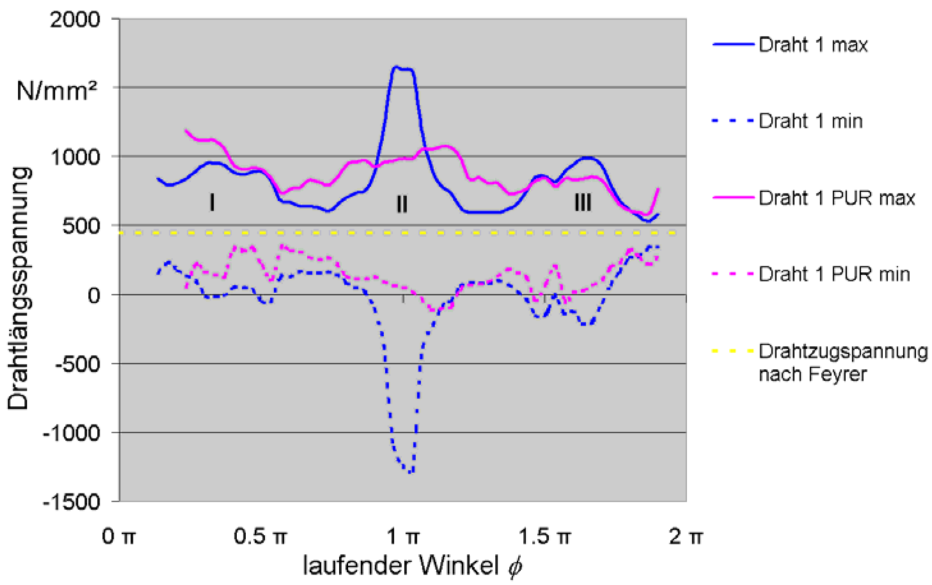
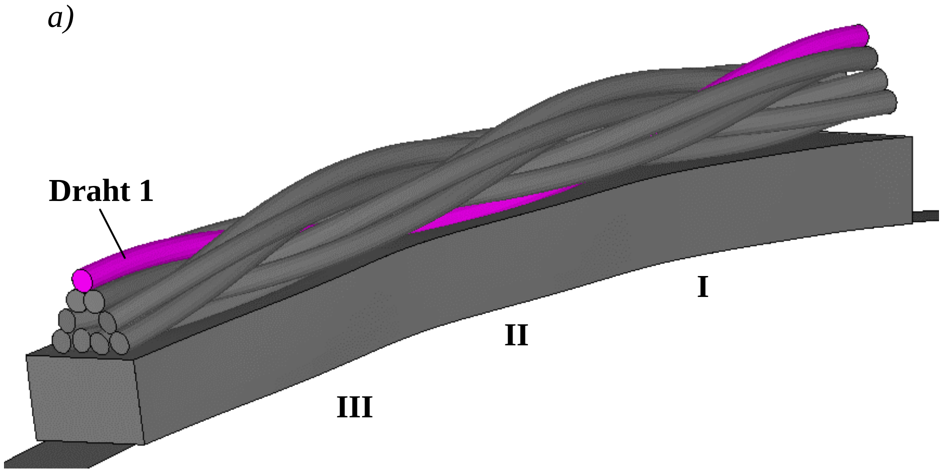


Bild 4.74: Verteilung der vonMises-Vergleichsspannung in mN/mm² im Bereich II nach Bild 4.75b



a)



b)

Bild 4.75: Vergleich der minimalen sowie der maximalen Drahtlängsspannung im Querschnitt von Draht 1 bei direktem Kontakt zur Scheibe und bei einer dazwischenliegenden Polyurethanschicht ($D=100\ d_S$, $\sigma_z=440$ N/mm²)
a) Spannungsverlauf über eine Seilschlaglänge,
b) Zuordnung der Seilbereiche und gewählter Draht 1 im Modell mit PU (Draht 1 im Modell ohne Elastomer s. Bild 4.50)

Diese Ansicht ist vergleichbar mit Bild 4.51, jedoch berührt der Draht 1 nicht mehr direkt die Scheibe, sondern kann sich tief in das zwischenliegende Elastomer eindrücken. Dadurch verschwinden die sekundären Biegeeffekte fast vollständig, die höchsten Belastungen treten nun an den punktförmigen Kontaktstellen zwischen den Drähten verschiedener Litzen auf. Diese liegen mit knapp 1200 N/mm² jedoch etwa 30% unterhalb der Maximalwerte des die Scheibe direkt berührenden Seils in Bild 4.51.

Bild 4.75a zeigt den Verlauf der maximalen und minimalen Drahtlängsspannungen im Draht 1, welcher ohne Elastomerschicht im Bereich II die Scheibe berühren würde. Sieht man von der leichten Spannungserhöhung vor Bereich I ab, die der Nähe zu den Festhaltungen im Modell geschuldet ist, bewegt sich die maximale Belastung entlang einer Schlaglänge in einem im Gegensatz zur Anordnung mit direktem Kontakt zur Scheibe vergleichsweise eng gefassten Bereich zwischen 600 und 1100 N/mm² und unterschreitet damit sogar leicht die Spitzenwerte der ummantelten einfachen Litze 1+6 im vorhergehenden Kapitel. Abgesehen von einigen geringen durch Drahtkontakte verursachten Abweichungen liegen die minimale und maximale Drahtlängsspannung symmetrisch um die Drahtzugspannung nach *Feyrer*.

4.6.2 Belastungsverhalten der Litze 1+6 im Zahnriemen mit AT10-Profil

Die Dicke der PU-Schicht ist zweifellos entscheidend für die tatsächliche Minderung des Kontaktdruckes und damit der gesamten Drahtbelastungen. Kann bei Flachriemen die wirksame Dicke noch recht einfach ermittelt werden, stellt sich die Situation bei Zahnriemen schon wesentlich komplizierter dar. Während beispielsweise bei sogenannten fußabstützenden Profilen der Zugstrang meist nur durch eine sehr dünne Elastomerschicht von den Scheibenzähnen getrennt ist (Bild 4.76a), nutzen kopfabstützende Profile den gesamten Riemenzahn als Puffer zwischen Zugstrang und Scheibe, in den Abschnitten zwischen den Riemenzähnen existiert hingegen gar kein Kontakt zur Scheibe (Bild 4.76b). Zudem ist das Einzahnverhalten des Riemens in die Zahnscheibe gegenüber dem Einlauf eines Flachriemens auf eine glatte Scheibe deutlich komplexer, was zusammen mit dem durch die diskrete Scheibenzähnezahl verursachten Polygoneffekt zusätzliche lokale Biegungen in den Zugsträngen erzeugt. Diese Einflüsse auf die tatsächliche Belastung der Zugstränge im Zahnriemen sind zweifellos nicht zu vernachlässigen und sollen deshalb im Folgenden exemplarisch anhand des Zahnprofils AT10 untersucht werden.

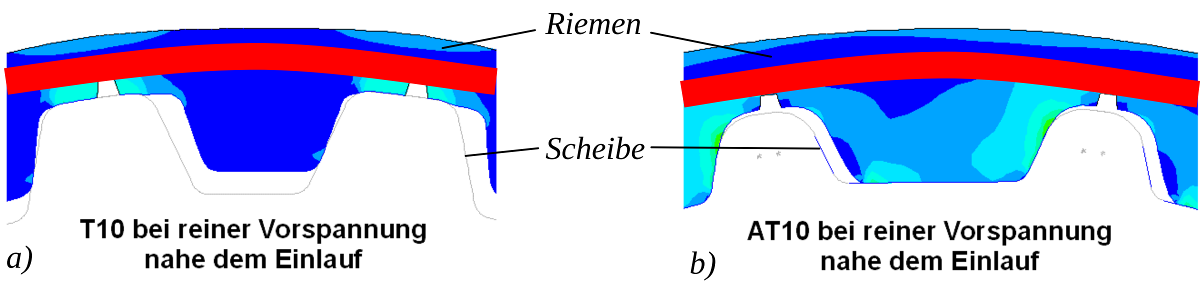


Bild 4.76: Kontaktgebiete zwischen Zahnriemen und Scheibe mit Farbdarstellung der vonMises-Vergleichsspannung im PU [Ifte2], zusätzlich rot markiert ist die Lage der Zugstränge
a) fußabstützendes Profil T10, b) kopfabstützendes Profil AT10

Der Hochleistungs-Riemen AT10 ist üblicherweise mit dem in Kap. 4.5.2 behandelten Seiltyp 7x3 ausgestattet. Da aber wie erwähnt die Simulation eines zweifach verseilten Zugstrangs, der vollständig von PU umgeben ist, zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch die Rechenkapazitäten übersteigt, beschränken sich die Betrachtungen auf die einfache Litze 0,365+6x0,35 aus Kap. 4.3, die jedoch völlig ausreicht, die prinzipiellen Auswirkungen der Verzahnung auf den Zugstrang zu demonstrieren. Ihr Durchmesser ist lediglich knapp 10% größer als der des tatsächlichen Seils, somit lässt sie sich mit nur geringfügigen Modifikationen der Riemengeometrie in das AT10-Profil einfügen. Allerdings ist der metallische Querschnitt der einfachen Litze fast zweimal so groß wie beim ursprünglichen Zugstrang, was beim Aufbringen der Seilzugkraft zu beachten ist. Die Schlaglänge der Litze beträgt 18 mm, das entspricht knapp dem Doppelten der Teilung von 10 mm, also des Abstands zweier Zähne des Riemens im entspannten Zustand.

Um das Verhalten eines Riemensegments beim Eingriff in die Zahnscheibe realitätsnah abzubilden, reicht ein einzelner Riemenzahn nicht aus. Sowohl Messungen als auch FE-Simulationen von Zahnriemengetrieben am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden [Ifte2] haben nachgewiesen, dass ein Getriebe erst mehrere Zahneingriffe durchlaufen muss, bevor sich reproduzierbare Belastungsverhältnisse einstellen. Zieht man den hohen Rechenaufwand in Betracht, den bereits das Modell einer Schlaglänge der in PU eingebetteten Litze in Bild 4.68 erfordert, muss auch hier ein erträglicher Kompromiss für die Länge des zu simulierenden Zahnriemenabschnitts gefunden werden. Folglich besteht das modellierte Riemenstück aus drei Zahnsegmenten und 1,8 Schlaglängen des Zugstrangs (Bild 4.77). Die herstellungsbedingten Wickelnasen am Riemenlückengrund wurden dabei der Einfachheit halber vernachlässigt.

Das am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden entwickelte und bereits verfügbare Zahnriemensimulationssystem basiert auf einem ausschließlich zweidimensionalen Modell. Die Zugstränge sind auf ein Linienelement reduziert, welches das Verhalten des Zahnriemens ausschließlich über seine auf die Einheitsbreite normierte Zug- bzw. Biegesteifigkeit beeinflusst [Ifte2]. Somit geht dieses Modell von einer homogenen Verteilung der Zugstränge über die Zahnriemenbreite aus. Aber auch bei dem in dieser Arbeit entwickelten dreidimensionalen Modell der in PU eingebetteten Litze muss der Riemen nicht über die gesamte Breite abgebildet werden. Ein schmaler Elastomer-Streifen mit einem enthaltenen Zugstrang reicht für die Betrachtungen aus. Für die Untersuchung eines im Inneren des Riemens liegenden Zugstrangs sind die Knoten der Elastomer-Seitenflächen aus Symmetriegründen derart festzuhalten, das ein seitliches Ausbeulen des Riemensegmentes nicht möglich ist. Soll hingegen der Randbereich des Riemens modelliert werden, an welchem in der Praxis validierende Messungen am besten durchzuführen sind, ist nur die innere Seite lateral zu fixieren. Der Zugstrang wird wiederum zunächst mit einer Seilzugspannung von 440 N/mm² belastet und anschließend schrittweise über die verzahnte Scheibe gebogen. Der Durchmesser der Zahnscheibe ist hier ebenfalls derart modifiziert, dass sich für die Litze ein Biegeverhältnis D/d_S von etwa 100 ergibt. Zwar muss bei Zahnscheiben in der Realität der Umfang am Wirkkreisdurchmesser immer ein ganzzahliges Vielfaches der Teilung betragen, so dass nur ganz bestimmte Durchmesserwerte erlaubt sind, da hier jedoch nur ein Scheibensegment modelliert wird, stellt ein beliebiger Durchmesser und eine theoretisch daraus resultierende gebrochene Zähnezahl der Scheibe kein Problem dar.

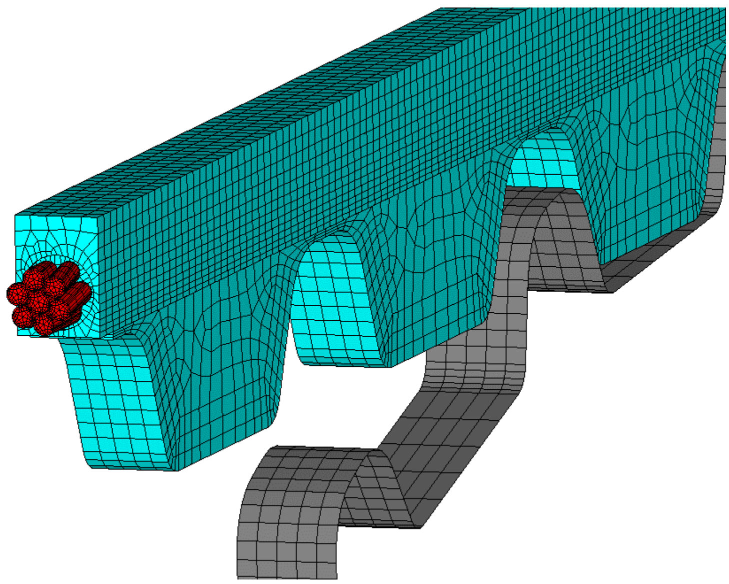


Bild 4.77: Modell eines Zahnriemensegmentes mit AT10-Profil und einer Litze 1+6 als Zugstrang und der dazugehörenden Zahnscheibe

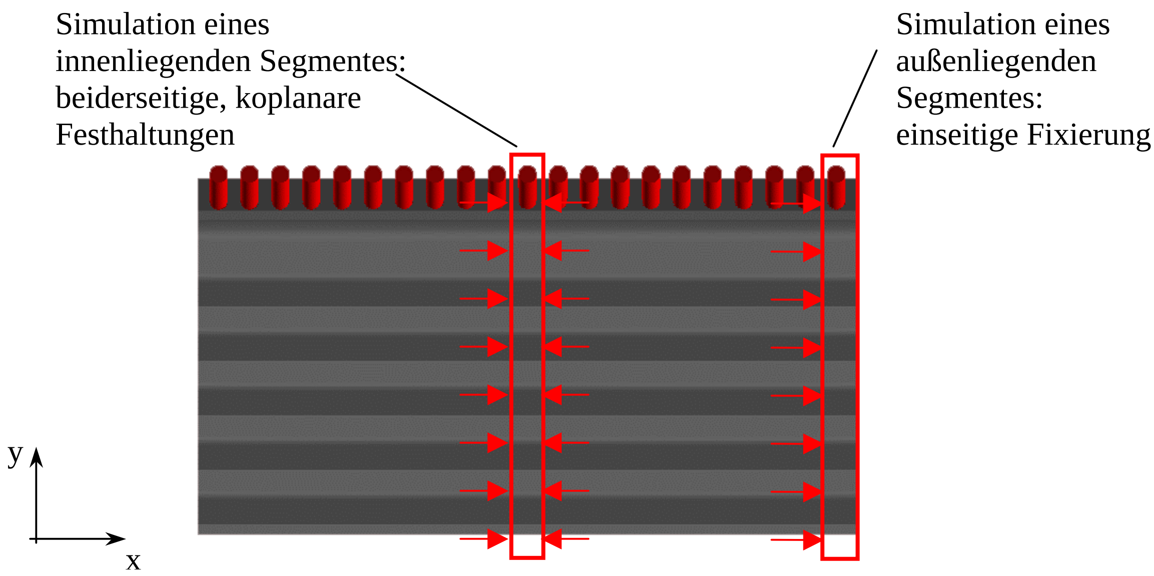


Bild 4.78: Symmetriebedingungen bei der Modellierung des Zahnriemensegmentes

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein innenliegendes Riemensegment eines AT10-Hochleistungsgetriebes ohne Teilungskorrektur, d.h. sowohl die Teilung der Zahnscheibe als auch die des gestreckten, unbelasteten Riemens beträgt genau 10,0 mm.

Bild 4.79 zeigt ein solches eingebettetes Riemensegment unter reiner Zugbelastung. Wie an den Seitenflächen zu erkennen ist, verursacht die resultierende Seilverformung auch außerhalb der Drahtzwischenräume lokale Erhöhungen der Vergleichsspannungen im PU. Deren Größe kann Auskunft darüber geben, ob der Abstand zwischen den einzelnen Zugsträngen im Riemen ausreicht. Der Einfluss des Elastomers selbst auf die Spannungsverteilung im Zugstrang ist jedoch, wie bereits beim zylinderförmig ummantelten Seil, äußerst gering (Bild 4.80).

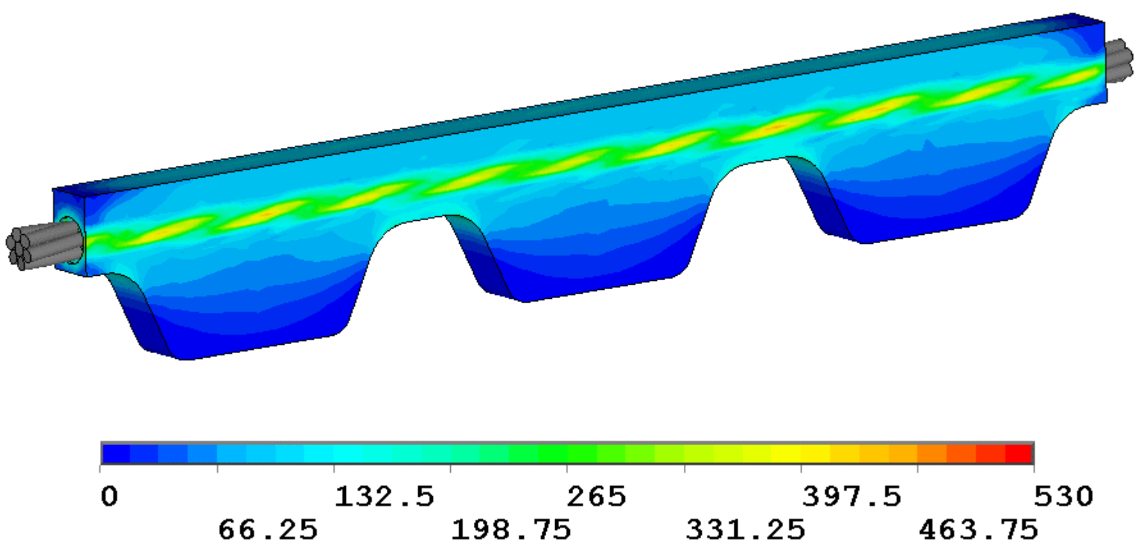


Bild 4.79: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im PU des Zahnriemensegmentes bei reiner Zugbelastung S=300 N

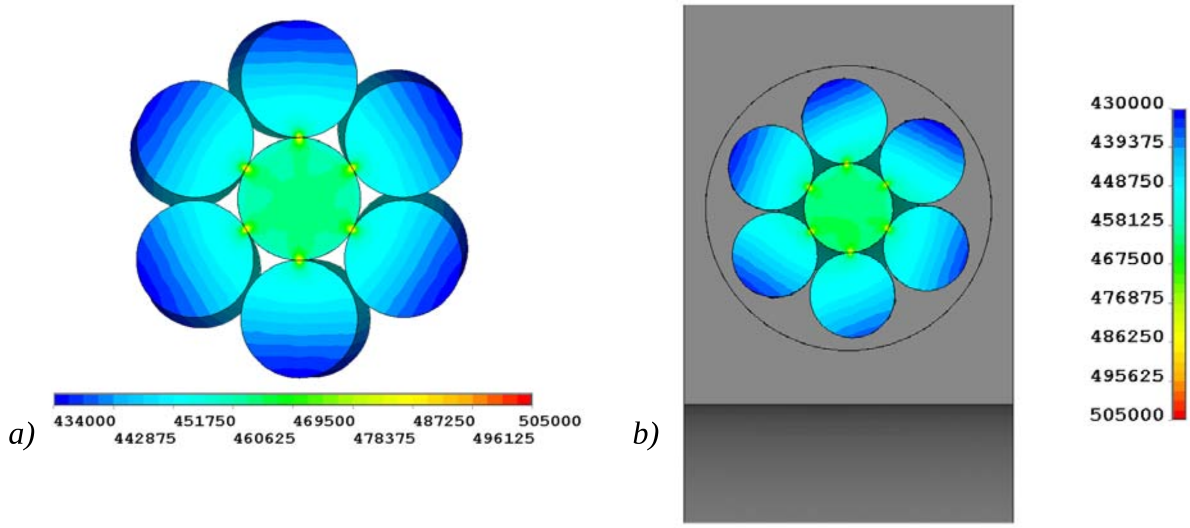
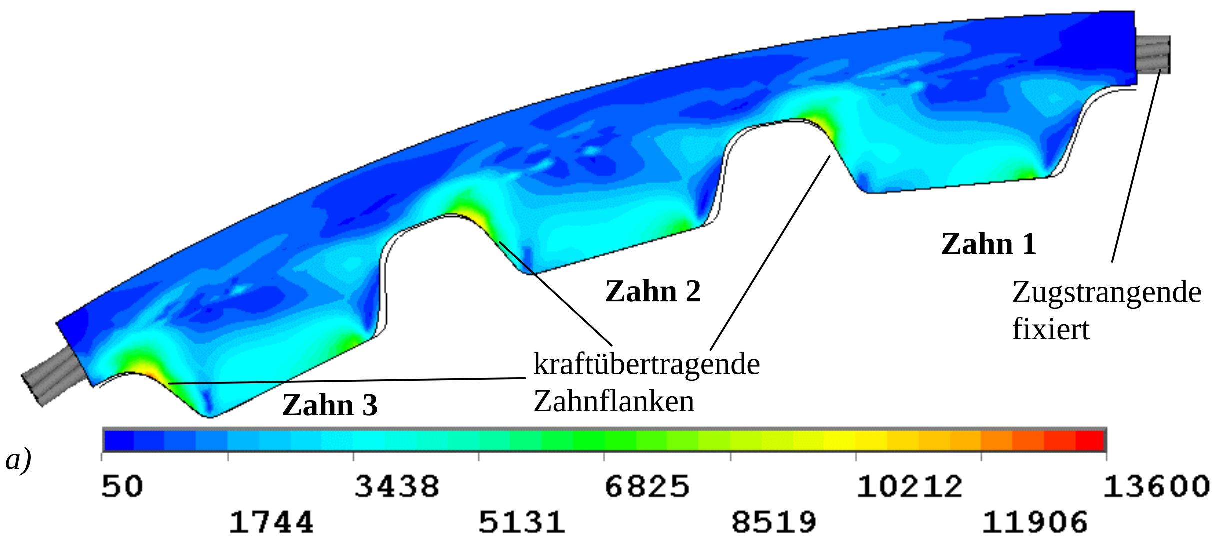


Bild 4.80: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im Strangquerschnitt 0,365+6x0,35 bei Zugbelastung S=300 N
a) reine Litze, b) Litze in verzahntem PU eingebettet

Der Zahneingriff bei der Biegung des mit einer Zugkraft belasteten Riemensegmentes um die Zahnscheibe ist in etwa vergleichbar mit den auftretenden Belastungen im Lasttrum eines Zahnriemens beim Einlauf auf die Antriebsscheibe. Der Riemenzahn berührt zunächst die kraftübertragende Zahnflanke der Scheibe, bevor er entlang dieser in den Scheibenlückengrund hineingleitet. Dieser reibungsbehaftete Vorgang sorgt aufgrund der relativ großen zu übertragenden Normalkraft für hohe lokale Belastungen und verzögert bzw. verhindert das vollständige Setzen des Riemenzahns in den Scheibenlückengrund. Bild 4.81 zeigt die auftretenden Vergleichsspannungen im PU. Hier sind deutliche Spannungserhöhungen an den kraftübertragenden Zahnflanken zu erkennen. Weiterhin sieht man, dass diese von Zahn 1 zu Zahn 3 zunehmen. Dieser Effekt erklärt sich durch die Längung des Riemens und damit durch die Vergrößerung seiner tatsächlichen Teilung unter Zugbelastung. Dadurch steigt mit jedem neuen Zahneingriff die theoretische Überdeckung der Zahnflanken von Riemen und Scheibe. Auch im bislang verwendeten zweidimensionalen Zahnriemenmodell ist dieser Effekt deutlich zu erkennen. Bild 4.82 zeigt das Ergebnis einer mit dem zweidimensionalen Modell durchgeführten Vergleichsrechnung, bei der eine komplette Antriebsscheibe mit einer Zähnezahl von 34 modelliert wurde, auf der ein Riemen mit 180° Umschlingungswinkel läuft. Damit ergibt sich auch hier ein theoretisches Biegeverhältnis D/d_S von etwa 100. Die Zug- und Biegesteifigkeit des für den Zugstrang verwendeten Linienelementes ist den tatsächlichen Werten der Litze 1+6 entsprechend angepasst.



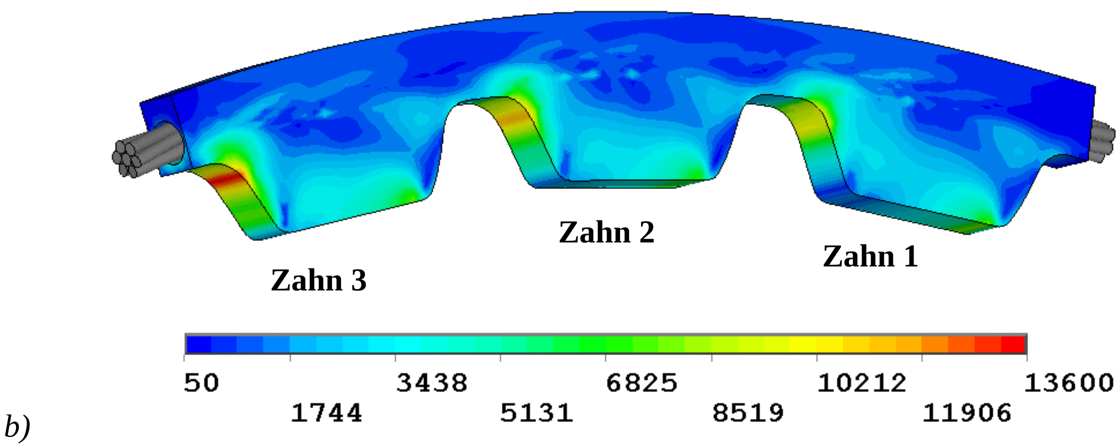


Bild 4.81: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im PU des in die Scheibe eingreifenden Riemenzahns mit dem Profil AT10 und Zugstrang 1+6 (D=100 d_S, S=300 N); dreidimensionales Modell mit modellierten Einzeldrähten im Zugstrang
a) Lage der Riemenzähne in der Scheibe, b) Belastungen an den kraftübertragenden Riemenflanken (Scheibe ausgeblendet)

Die qualitative Verteilung der Vergleichsspannung stimmt sehr gut mit den Ergebnissen des dreidimensionalen Modells in Bild 4.81 überein, auch hier nehmen die Flankenbelastungen von Zahn 1 bis Zahn 3 zu, nur der folgende Zahn zeigt geringere Spannungswerte, da er noch nicht vollständig in die Scheibe eingreift.

Allerdings sind in Bild 4.82 die Maximalspannungen an den kraftübertragenden Zahnriemenflanken fast doppelt so groß wie beim dreidimensionalen Modell. Darüber hinaus ist die Lücke zwischen unbelasteter Riemen- und Scheibenflanke deutlich größer. Ursache hierfür sind wiederum die Riemenlängung und die damit verbundenen Randbedingungen. Während beim nur drei Zähne umfassenden Riemensegment in Bild 4.81 das rechts dargestellte Zugstrangende fixiert ist, was die Bewegung von Zahn 1 deutlich einschränkt, resultiert bereits die Lage von Zahn 1 im zweidimensionalen Modell in Bild 4.82 aus der Simulation des Einlaufvorgangs bzw. der Längung aller vorangehenden Riemenzähne auf der Scheibe.

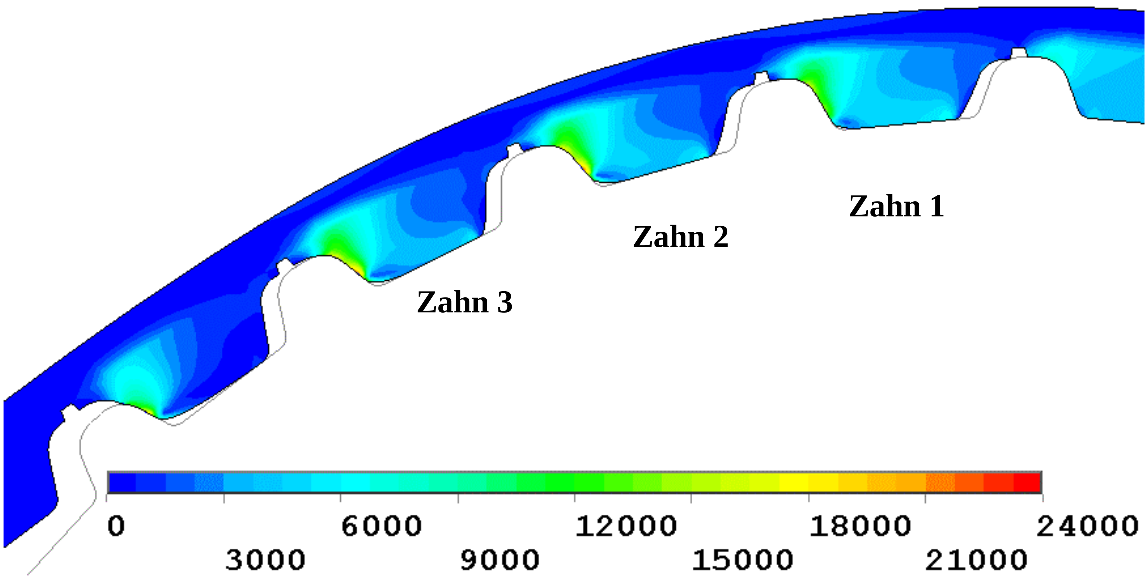


Bild 4.82: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im PU des in die Scheibe eingreifenden Riemenzahns mit dem Profil AT10 und Zugstrang 1+6 (D=100 d_S, S=300 N); zweidimensionales Modell mit zu Linienelementen reduzierten Zugsträngen

Die Spannungsverteilungen im Seilquerschnitt offenbaren auf den ersten Blick keine bedeutsamen Abweichungen von denen der ummantelten Litze in Bild 4.72, welche über eine glatte Scheibe gebogen wird. So unterscheidet sich z.B. die maximal auftretende Vergleichsspannung in Bild 4.83 um nur etwa 5% von der in Bild 4.72. Verfolgt man jedoch den Verlauf der auftretenden Spannungen entlang der Seilachse im Riemen, ergeben sich deutliche Schwankungen (Bild 4.84). Diese sind in Bild 4.85a am Beispiel des Kerndrahtes dargestellt und weichen deutlich von den bislang behandelten und hier gegenübergestellten Belastungsfällen ab. So schwanken die maximalen Längsspannungen im Kerndraht einer direkt um eine glatte Scheibe gebogenen Litze zwischen etwa 1050 und 1300 N/mm² mit einer Periode von der Länge des Abstands der Scheibenkontaktstellen. Immer, wenn ein darunter liegender Außendraht die Scheibe berührt, wird also auch der Kerndraht lokal um diesen gebogen. Auch bei der ummantelten Litze ist dieser Effekt noch zu erkennen, wenngleich aufgrund des entfallenden direkten Kontakts zwischen Seil und Scheibe die Welligkeit des Verlaufs wesentlich geringer ist. Diese Kurve deckt sich auch relativ gut mit der vorhergesagten theoretischen maximalen Drahtlängsspannung von knapp 1200 N/mm², die sich aus der Summe der Zugspannung nach Gl. (4.6) sowie der *Reuleaux*'schen Biegespannung nach Gl. (4.16) ergibt.

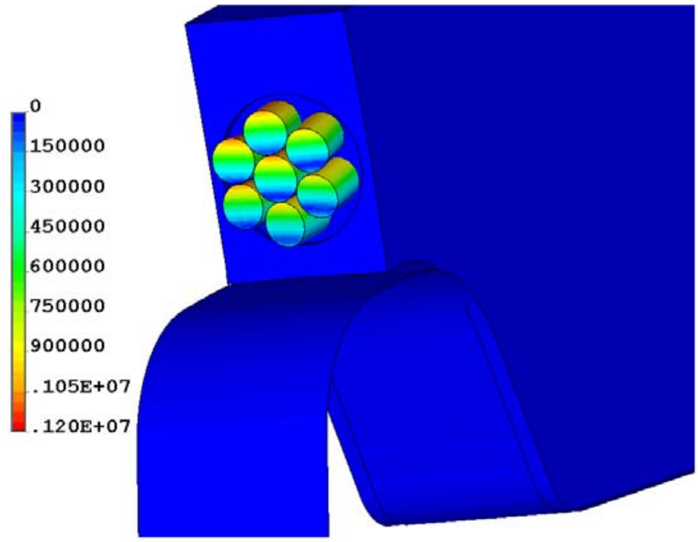


Bild 4.83: vonMises-Spannungsverteilung in mN/mm² im Seilquerschnitt über dem Scheibenzahn (D=100 d_S, S=300 N)

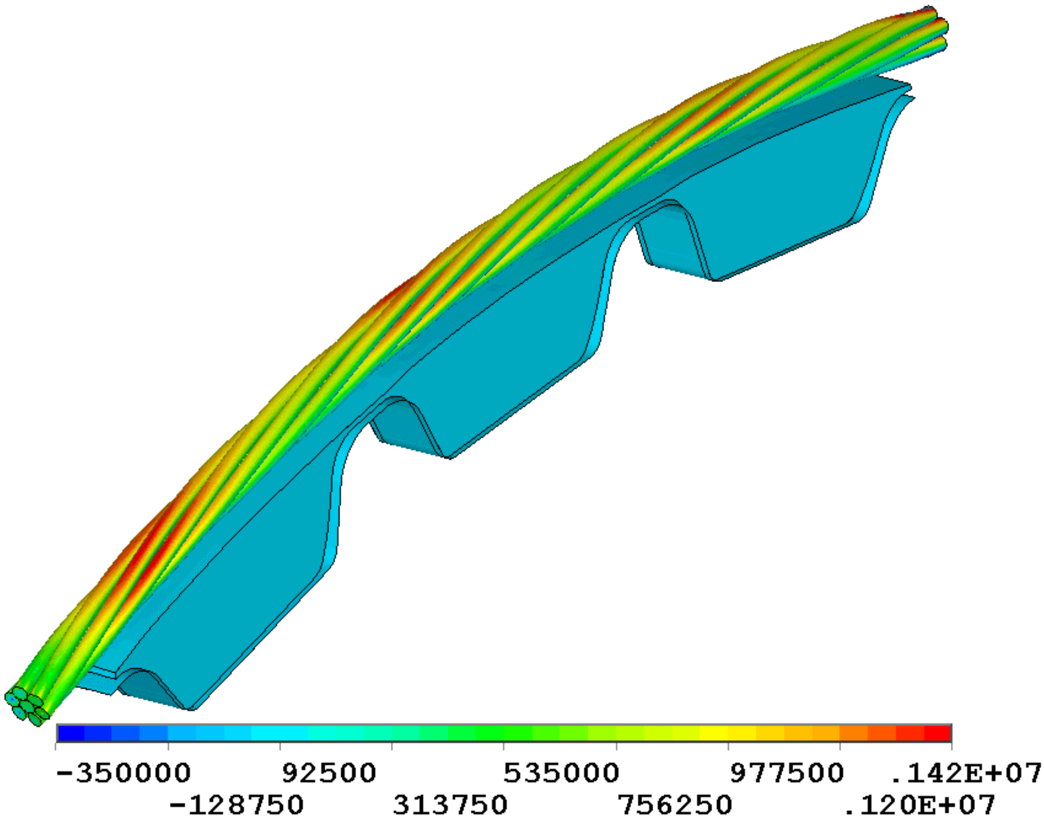


Bild 4.84: Seillängsspannung in mN/mm² entlang des modellierten Riemensegmentes (D=100 d_S, S=300 N)

Der Spannungsverlauf des Kerndrahtes im belasteten Zahnprofil zeigt im Gegensatz dazu deutliche lokale Minima und Maxima mit der Periode der Riementeilung. Die maximale

Drahtlängsspannung schwankt über eine Teilung zwischen etwa 900 und 1400 N/mm². Somit ist hier der Kerndraht, im Gegensatz zu den Außendrähten, sogar noch höher belastet als bei vergleichbarer direkter Biegung der Litze über die glatte Scheibe. Die Periodizität der Kurve lässt sich mit dem bei Zahnriemengetrieben auftretenden verzahnungsbedingten Polygoneffekt erklären, da im Gegensatz zu Flachriemen aufgrund der diskreten Scheibenzähnezahl zusätzliche lokale Biegungen zwischen den im Eingriff befindlichen Riemenzähnen entstehen. Die genaue Lage und Ausprägung der lokalen Extrema hängt jedoch wesentlich von den konkreten Einzahnverhältnissen ab. Bei großen Trumkräften kann der Riemenzahn nicht vollständig an der kraftübertragenden Flanke in den Scheibenlückengrund hinabgleiten. Dadurch entsteht eine zusätzliche Biegebelastung im darüber liegenden Zugstrangabschnitt, der in Bild 4.85 als Bereich I markiert ist. Zwischen diesen Stützstellen kann sich der Riemenzahn jedoch deutlich besser in die Scheibe schmiegen, was eine zusätzliche, zur Gesamtbiegung des Zahnriemens entgegengesetzte Biegekomponente zur Folge hat, welche in diesen Bereichen die resultierende Biegespannung merklich reduziert. Das Minimum befindet sich in diesem Fall in etwa über der unbelasteten Riemenflanke, in Bild 4.85 als Bereich II markiert. Die minimalen Drahtlängsspannungen liegen, bezogen auf die Drahtzugspannung nach *Feyrer*, für alle drei Belastungsfälle relativ symmetrisch zu den Maximalspannungen, zeigen insgesamt allerdings etwas größere Schwankungen. Dies liegt auch hier am Einfluss der Querkontraktion, aufgrund welcher Druckspannungen quer zur Drahtachse positive Drahtlängsspannungen abmildern, negative jedoch betragsmäßig erhöhen.

Aus dem Verlauf der resultierenden Raumkurve des Zugstrangs, die in etwa einen Kreisbogen mit dem Radius des halben Wirkkreisdurchmessers beschreibt, kann man nach Gl. (4.29) den örtlichen Krümmungsradius berechnen [Bro]:

$$R_K = \left| \frac{\left[1 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \right)^2 \right]^{3/2}}{\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}} \right| , \tag{4.29}$$

Bei dem zum Linienelement reduzierten Zugstrang des zweidimensionalen Zahnriemenmodells ist das Ermitteln der Raumkurve recht einfach. Für ein komplexes Seil, das aus mehreren umeinandergeschlungenen Drähten bzw. Litzen besteht, muss zunächst ein geeignetes Maß für die Gesamtbiegung gefunden werden. Bei dem Zugstrang 1+6 bietet sich als Kriterium die Raumkurve der Kerndrahtachse an, die gleichzeitig die Seilachse bildet. Da die minimalen und maximalen Drahtlängsspannungen in Bild 4.85 relativ symmetrisch zur Drahtzugspannung nach *Feyrer* liegen, der Einfluss störender Querkräfte also sehr gering ist, kann alternativ der Krümmungsradius näherungsweise auch über diese Drahtlängsspannungen sowie Gl. (4.6) und Gl. (4.16) wie folgt ermittelt werden:

$$R_K = \frac{1}{2}\left|\frac{d}{\sigma_{z_0} - \sigma_{a_0}} E\right|. \tag{4.30}$$

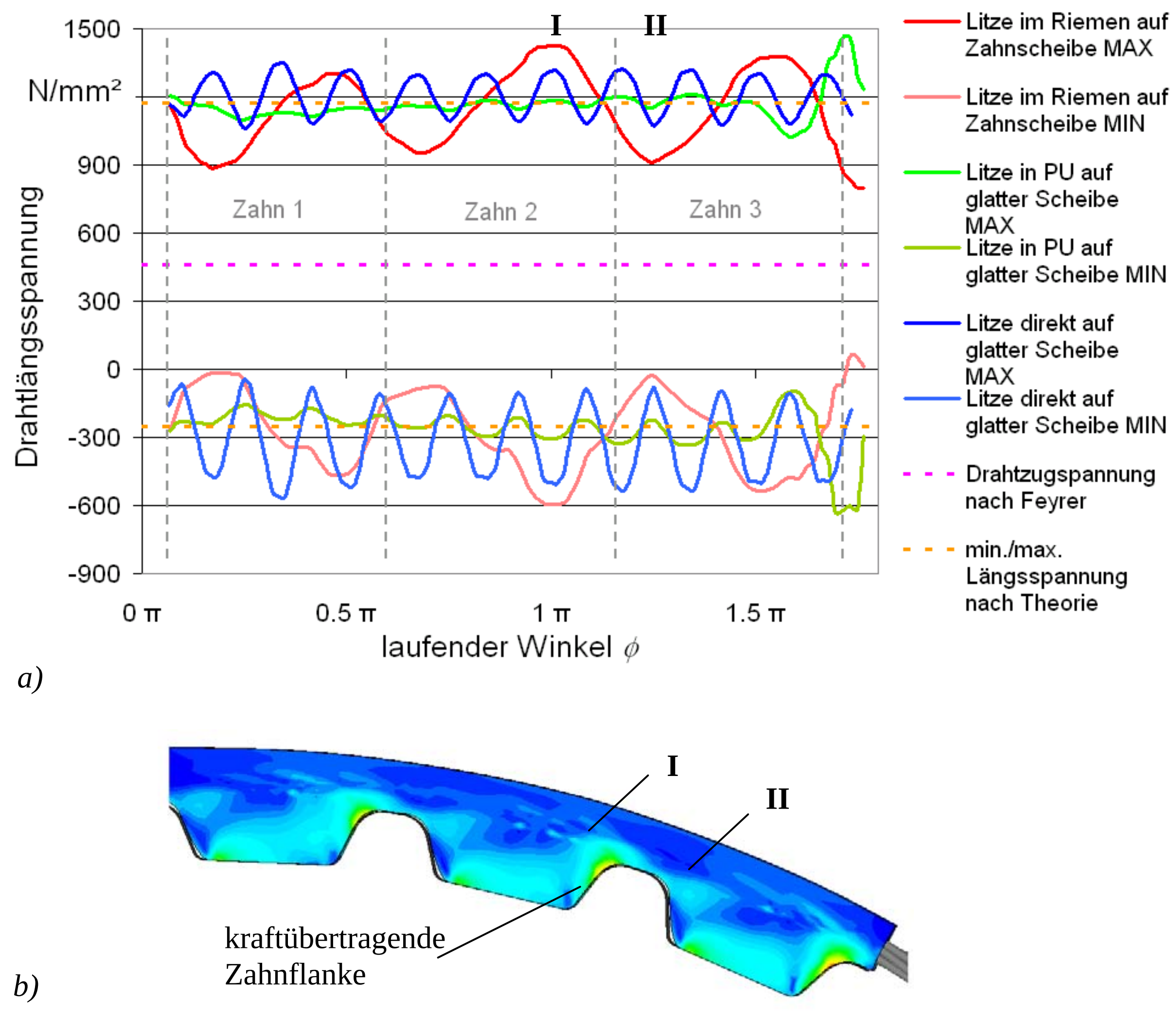


Bild 4.85: Biegung der im AT10-Zahnriemensegment eingebetteten Litze 1+6 um die Zahnscheibe (D=100 d_S,σ_z=440 N/mm²)
a) Verlauf der minimalen und maximalen Längsspannung im Kerndraht (rot dargestellt) im Vergleich zu den entsprechenden Spannungsverläufen der mit und ohne PU versehenen Litze 1+6 bei Biegung über eine glatte Scheibe,
b) Lage der Gebiete I und II im eingezahnten Riemen

Bild 4.86 stellt die ermittelten Seilkrümmungen über drei Riemenzähne für das zwei- und das dreidimensionale Modell gegenüber. Trotz der erwähnten Abweichungen beider Modelle bei den Maximalspannungen an den kraftübertragenden Zahnflanken stimmen die Krümmungsradien recht gut überein und schwanken etwa zwischen 40 und 85 mm. Damit liegt der kleinste, durch die Verzahnung hervorgerufene Biegeradius ca. 25% unter dem halben Wirkkreisdurchmesser. Die leichte Phasenverschiebung sowie die Unterschiede am Anfang des Diagramms haben wieder ihre Ursache in den Randbedingungen von Zahn 1 im dreidimensionalen Modell.

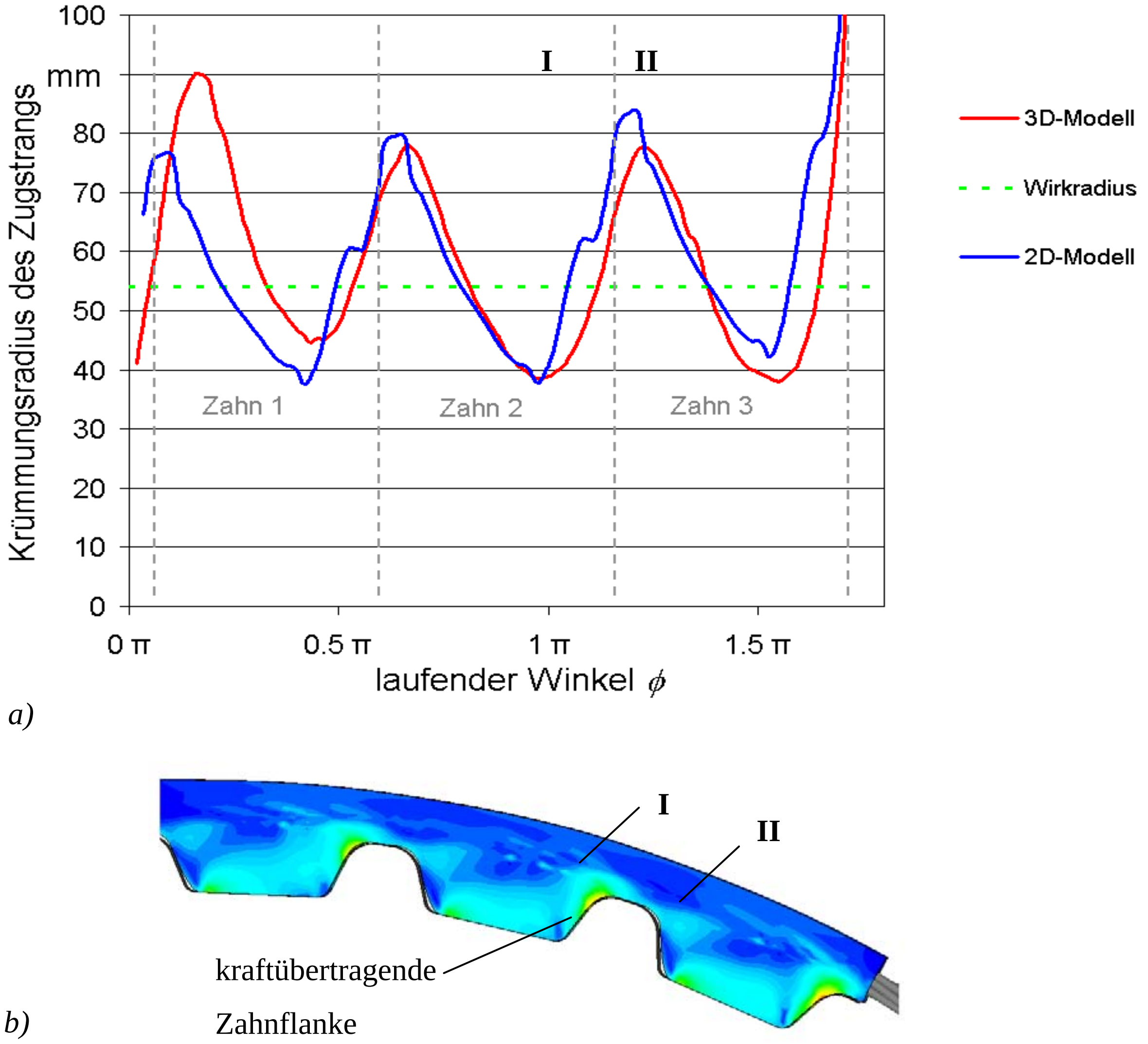


Bild 4.86: Biegung der im AT10-Zahnriemensegment eingebetteten Litze 1+6 um die Zahnscheibe (D=100 d_S,σ_z=440 N/mm²)
a) Verlauf des Krümmungsradius des Zugstrangs über drei Riemenzähne im zweidimensionalen sowie im dreidimensionalen Modell,
b) Lage der Gebiete I und II im eingezahnten Riemen

4.6.3 Zusammenfassung

Die vorangehenden Untersuchungen belegen, dass sowohl der die Kontaktdrücke dämpfende Einfluss des PU als auch die Auswirkungen der Riemenverzahnung auf das Biegeverhalten der Zugstränge mit der Methode der Finiten Elemente sehr gut abgebildet werden können, auch wenn die Modellierung eines vollständig eingebetteten Zugstrangs bislang auf eine einfach verseilte Konstruktion beschränkt ist. Vergleichende Untersuchungen des hier entwickelten dreidimensionalen Modells mit dem bereits am Institut für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden vorhandenen zweidimensionalen Simulationssystem zeigen in weiten Teilen sehr gute Übereinstimmungen. Dies bestätigt einerseits die Zweckmäßigkeit des für den Zugstrang verwendeten Linienelements im zweidimensionalen Modell, belegt andererseits aber auch die ordnungsgemäße Funktion des hochkomplexen dreidimensionalen Modells. Die beobachteten Unterschiede, insbesondere hinsichtlich der Zahnflankenbelastungen, sind auf die bislang noch ungenauen Randbedingungen am dreidimensionalen Modell zurückzuführen. Hier bietet sich an, die Vorteile beider Modelle miteinander zu kombinieren. So kann zunächst mit dem zweidimensionalen Modell der Einlaufvorgang des gesamten Riemens simuliert werden. Daraus ergibt sich die Lage der genauer zu untersuchenden Riemenzähne sowie des Zugstrangs relativ zur Scheibe (Bild 4.87). Diese Daten werden nun als Randbedingung in das dreidimensionale Modell überführt, in der mit der entsprechenden Simulation der Riemenbiegung die genauen Spannungsverteilungen im Seilquerschnitt abgeleitet werden können

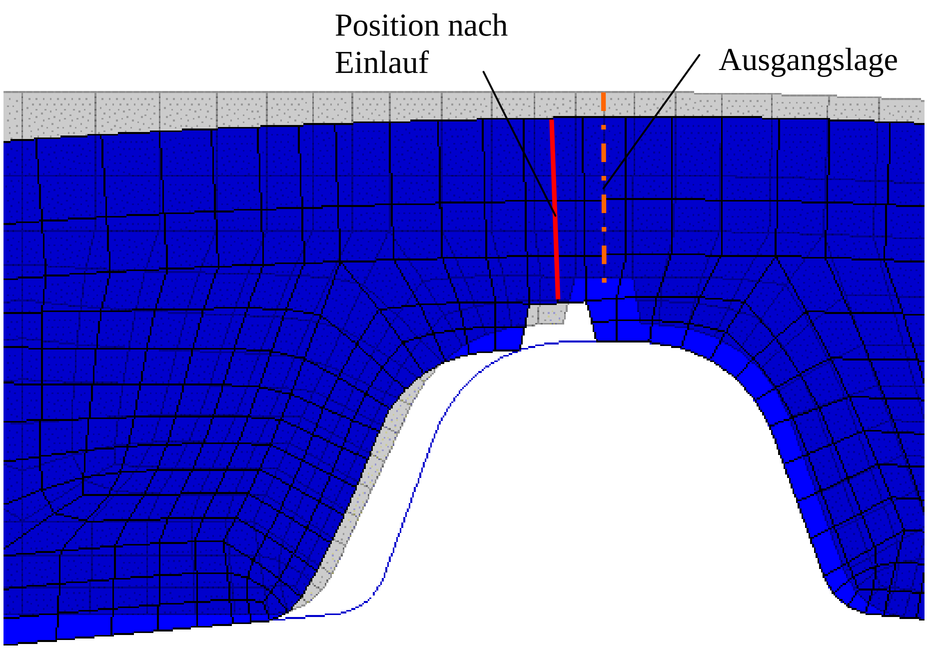


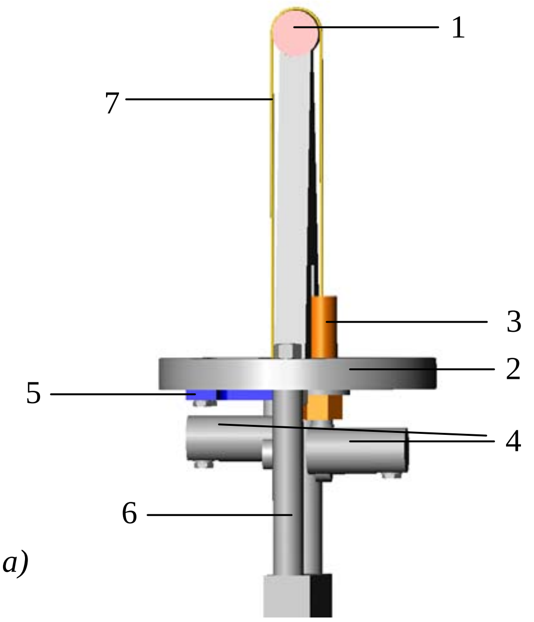
Bild 4.87: Vergleich von Ausgangslage von Zahn 1 nach Bild 4.82 und seiner Position nach dem Einlaufvorgang relativ zur Scheibe, ermittelt mit dem zweidimensionalen Modell

5 Validierung der Modelle

Wie bei jedem Modell ist auch bei der Zugstrangsimulation eine Validierung notwendig, um die Glaubwürdigkeit der Ergebnisse zu belegen. Diese setzen sich zusammen aus den ermittelten Spannungen, Kontaktdrücken und Dehnungen sowie den absoluten und relativen Verschiebungen der Einzeldrähte beim Aufbringen der äußeren Belastung. [Schi] stellt sehr ausführlich Versuche vor, die tatsächlichen Spannungen der Einzeldrähte mithilfe von Dehnmessstreifen zu erfassen, welche zum Teil auch erfolgreich gelingen. Allerdings beziehen sich diese Untersuchungen auf massive Seile mit Drahtdurchmessern im Millimeterbereich. Bei Zugsträngen mit einem Gesamtdurchmesser von nur etwa einem Millimeter scheidet dieses Verfahren jedoch aus. Auch eine selbst an Zahnriemengetrieben getestete drucksensitive Folie, die zwischen die Kontaktpartner eingebracht wird und anhand deren örtlicher Verfärbung der Kontaktdruck abzulesen ist, kommt für die Validierung nicht in Frage. Einerseits reicht bei diesen Dimensionen ihre räumliche Auflösung nicht aus, andererseits beeinflusst sie mit ihren Ausmaßen die Kontaktgeometrie und damit die Versuchsanordnung unzulässig. Alternativ bietet sich das Messen der Verschiebungen der Drähte untereinander sowie bezogen auf die Seilscheibe an. Das Auswerten der fotografischen Nahaufnahmen des gebogenen Strangs erweist sich hierbei jedoch als unzulänglich, da durch den runden Querschnitt der Drähte keine Bezugskanten zu erfassen sind und damit eine einheitliche Mess- bzw. Fokussierebene fehlt. Könnte man hingegen eine Darstellung des Querschnittes des mit Zugkraft belasteten und über die Scheibe gebogenen Strangs erhalten, wäre dies eine sehr günstige Grundlage für die Validierung. Herkömmliche Verfahren, bei denen das Prüfobjekt dazu eingegossen und daraufhin entsprechend zersägt wird, scheiden allerdings aus, da kein Vergusswerkstoff den Strang vollständig durchdringen und die Position der unter der sehr hohen Zugspannung stehenden Drähte konservieren kann. Die Aufnahme des Seilquerschnitts bzw. das Messen der Lage der Drähte allgemein gelang jedoch unter Verwendung eines Computer-Tomographen am Institut für Aufbau- und Verbindungstechnik der Elektronik der TU Dresden. Hierfür war eine möglichst kompakte Seilhalterung zu entwerfen, die es gestattet, den Zugstrang unter definierter Biege- und Zugbelastung zu fixieren. Bild 5.1 zeigt die resultierende Konstruktion, die für eine Seilzugkraft bis 500 N ausgelegt ist. Die Seilrolle *1* besteht aus dem sehr festen Kunststoff PPS GS 40, da sie einerseits durch das Seil möglichst wenig verformt werden darf, andererseits ein metallischer Werkstoff bei der Durchleuchtung mit Röntgenstrahlen jedoch keinen ausreichenden Kontrast zum Zugstrang böte. Sie ist einfach austauschbar und besitzt im hier abgebildeten Fall einen Durchmesser von 15 mm. Die beiden Zugstrangenden sind an den Seilendrollen *4* befestigt, die ein vorzeitiges Versagen des Seils an den Einspannstellen verhindern sollen. Das Aufbringen der Zugkraft erfolgt mit der Stellschraube *3*, die sich mit einem Feingewinde auf der Grundplatte *2* abstützt. Die genaue Seilzugkraft wird mit der Messfeder *5* ermittelt. Diese funktioniert nach dem Prinzip eines Biegebalkens. Auf ihr sind Dehnmessstreifen in einer Vollbrückenschaltung angebracht, deren zuvor kalibrierte Ausgangsspannung ein Maß für die Seilzugkraft ist. Der Sockel *6* dient der Befestigung im Tomographen

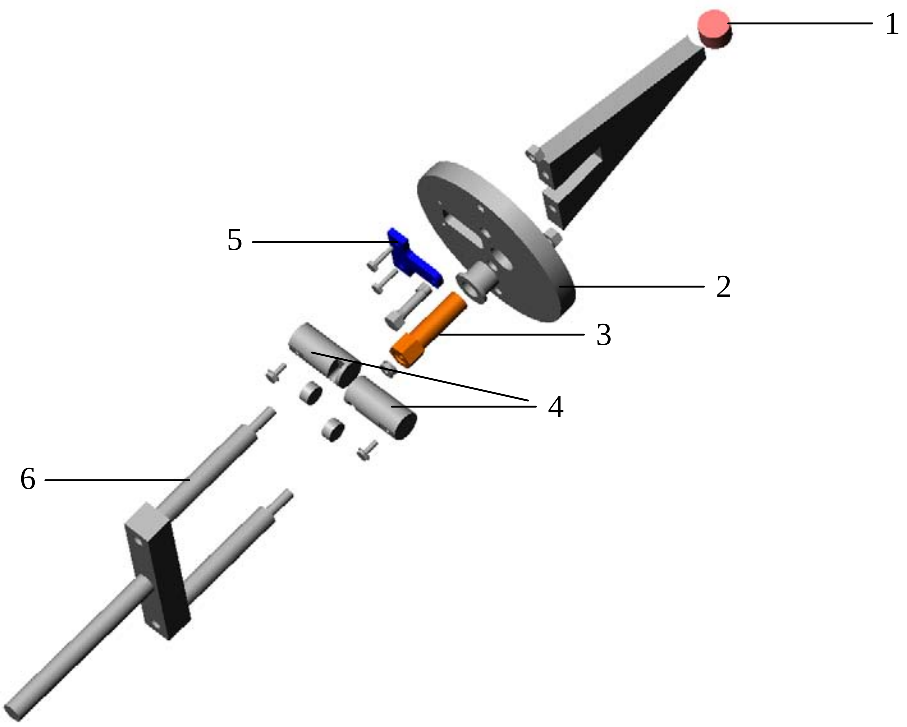
Bild 5.2a zeigt die Seilhalterung zusammen mit der Röntgenquelle. Der Sockel ist zwischen der Punktquelle und dem Detektorschirm in ein Bohrfutter eingespannt, welches den Aufbau langsam im Strahlkegel rotieren lässt. Die dabei in Abhängigkeit der Winkelstellung entstehenden Aufnahmen, eine davon ist beispielhaft in Bild 5.2b dargestellt, werden anschließend von der zum Tomographen gehörenden Software zu einem dreidimensionalen Modell zusammengesetzt und liegen in Form einer sogenannten Voxel-Grafik vor (Bild 5.3). Damit können nun beliebige Schnittbilder erstellt und die Drahtpositionen mit denen aus der Simulation verglichen werden.

Mit diesem Verfahren wurden mehrere Messungen durchgeführt. Besondere Sorgfalt erforderte dabei das Biegen des Seils um die Rolle, um nicht mit zusätzlichen Querbelastungen die Lage der Drähte zu verfälschen. Wie Bild 5.4 beispielhaft belegt, ergab die Validierung unter Beachtung dieser Umstände eine recht gute Übereinstimmung von Modell und realem, gebogenem Seil, was die Glaubwürdigkeit der Simulationsergebnisse untermauert.

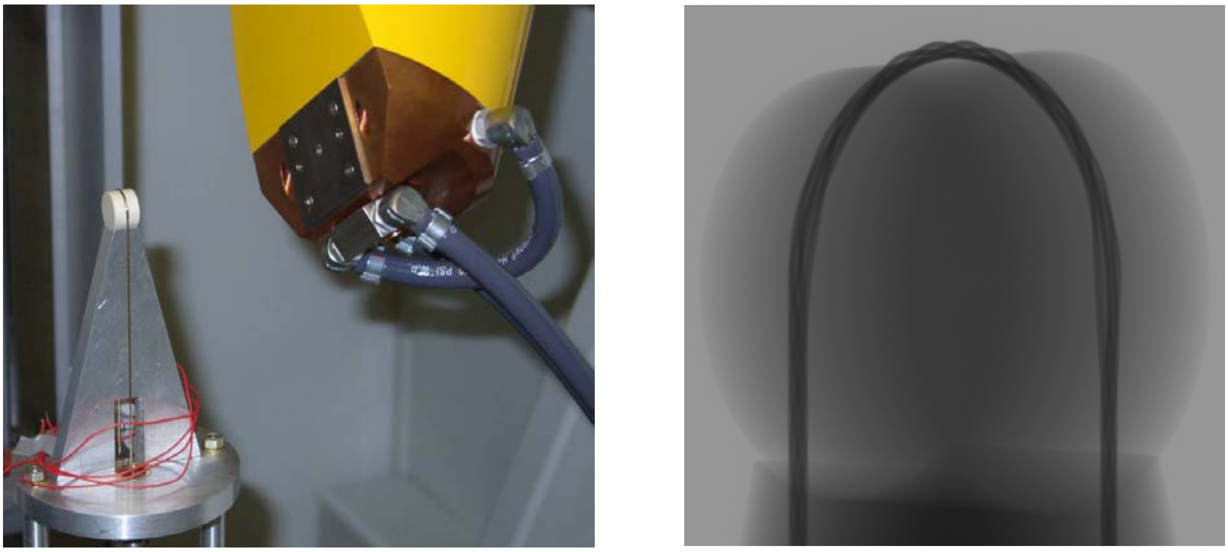


a)

Bild 5.1: Seilversuchsstand für die Aufnahme im Computer-Tomographen a) Messaufbau mit Seil, b) Explosionszeichnung der Konstruktion
1 Seilrolle; 2 Grundplatte;
3 Stellschraube; 4 Seilendrollen;
5 Messfeder; 6 Sockel; 7 Seil



b)



a) *b)*

Bild 5.2: Aufnahme des Seils mit dem Computer-Tomographen
a) Messaufbau mit punktförmiger Röntgenquelle, b) Röntgenaufnahme für eine bestimmte Winkelstellung

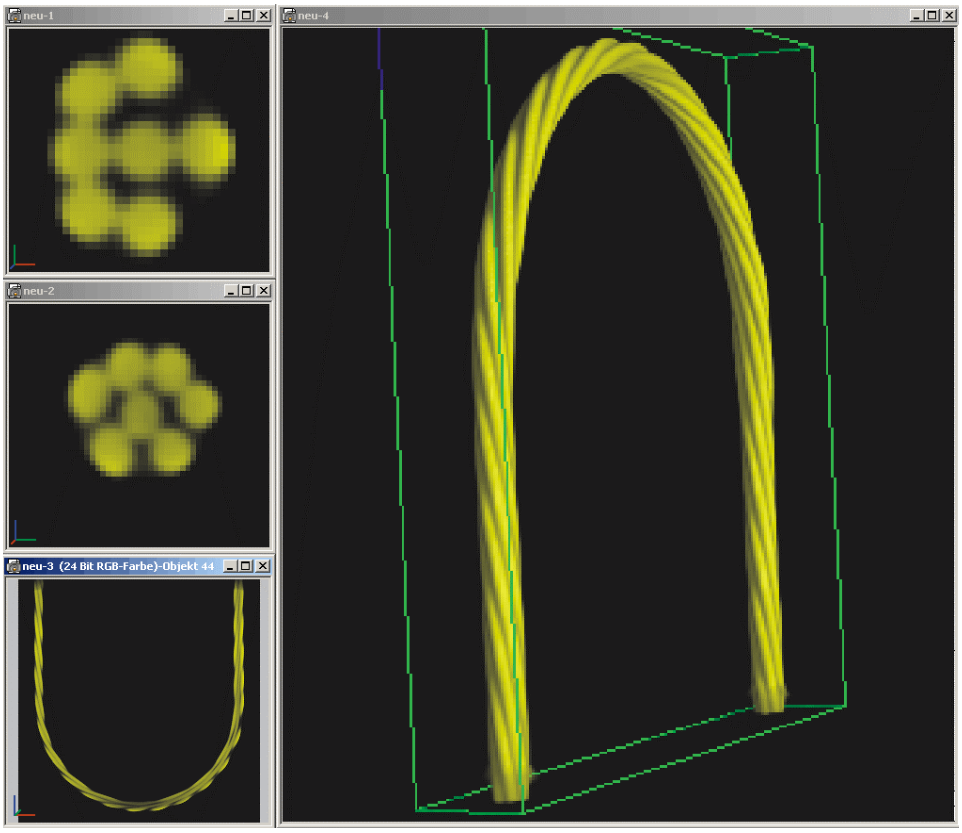
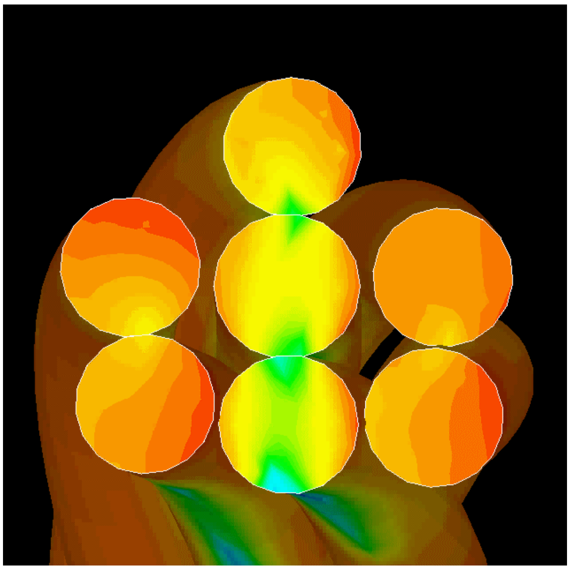
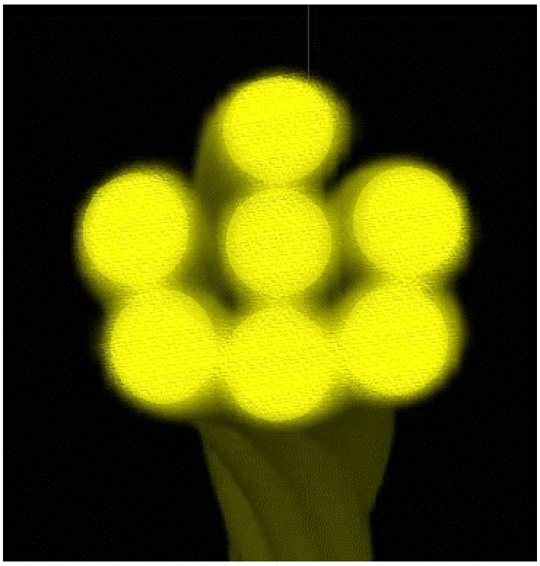


Bild 5.3 Aus der CT-Aufnahme resultierende Voxel-Grafik



a)



b)

Bild 5.4: Vergleich der Seilquerschnitte der Konstruktion 1+6 bei Biegung über eine glatte Scheibe

a) FE-Simulation (Farbdarstellung der 3. Hauptspannung), b) CT-Aufnahme

6 Richtlinien zur Auslegung von Zugsträngen aus Stahllitze für Zahnriemen

Die in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse bestätigen in mehreren Teilen die bereits in der Literatur, u.a. in [Fey1] und [Jeh1], für laufende Seile aufgeführten theoretischen Überlegungen bzw. die durch Versuche und Beobachtungen in der Praxis gesammelten Erfahrungen. Darüber hinaus ergeben sich jedoch wesentliche neue Erkenntnisse, insbesondere was die quantitative Wichtung verschiedener auf das Seil einwirkender Effekte unter Berücksichtigung der Elastomer-Einbettung betrifft. Im Folgenden sind diese Ergebnisse in verallgemeinerter Form zu Richtlinien für die Auslegung von Zugsträngen für Zahnriemen zusammengefasst:

Drahtanordnung im Litzenquerschnitt

Bei Einsatz eines Kerndrahtes sollten die Außendrähte einen geringfügig kleineren Durchmesser haben, so dass diese auch unter Belastung ausschließlich auf dem Kerndraht aufliegen und ein gutes Eindringen des Elastomers in die Drahtzwischenräume gestatten. Jedoch darf der Außen- gegenüber dem Kerndrahtdurchmesser nicht zu klein gewählt werden, da sonst größere Hohlräume entstehen und sich folglich angrenzende Litzen lokal nicht mehr abstützen können, was unter Umständen zu starken sekundären Biegungen führt. Zudem steigt mit abnehmendem Außendrahtdurchmesser auch der Kontaktdruck an den Stützstellen zu den benachbarten Litzen. Darüber hinaus ist immer ein hoher Füllfaktor, also ein großer metallischer Querschnitt im Verhältnis zum Seildurchmesser anzustreben, um eine möglichst hohe Seilzugsteifigkeit zu gewährleisten.

Anzahl der Drahtlagen im Litzenquerschnitt

Mehrlagige Rundlitzen sind nach Möglichkeit zu vermeiden. Standardlitzen weisen aufgrund der Punktberührungen zwischen den verschiedenen Lagen starke sekundäre Biegungen auf, wohingegen Parallelschlaglitzen zwar bei genauer Fertigung in sich keine Punktberührungen mehr zeigen, jedoch wegen ihres deutlich polygonalen Querschnitts bei Verwendung in einem Litzenseil Hohlräume begünstigen und somit starke Biegungen der Litzen untereinander hervorrufen können, in [Fey1] auch als tertiäre Biegungen bezeichnet. Zudem steigt mit der Anzahl der Drahtlagen die Biegebelastung der Außendrähte bei Litzenbiegung deutlich.

Trotzdem ist der Einsatz mehrlagiger Litzen in einigen Fällen gerechtfertigt, insbesondere, wenn man eine hohe Seilzugsteifigkeit fordert, die in Verbindung mit dem hier hohen Litzenfüllfaktor ermöglicht wird.

Schlaglänge und Schlagrichtung der Drähte in den Litzen

Die Schlaglänge bestimmt maßgeblich das erforderliche Durchmesserverhältnis vom Kerndraht zu den Außendrähten. Je kleiner die Schlaglänge ist, desto mehr muss der Durchmesser der Außendrähte reduziert werden, um eine Gewölbebildung zu verhindern. Andererseits darf die Schlaglänge auch nicht zu groß gewählt werden, da sonst die Außendrähte nicht ausreichend durch ihre Relativverschiebungen auf die Seilbiegung reagieren können. Bei mehrlagigen Litzen sollten die Außenlagen verschiedene Schlagrichtungen besitzen, um weitgehende Drehungsarmut zu gewährleisten, was bei Parallelschlaglitzen aber nicht möglich ist.

Auswahl und Anordnung der Litzen im Seilquerschnitt

Wie schon bei den Drähten in der Litze sollten hier Maßnahmen getroffen werden, eine Gewölbebildung zu verhindern. Selbstverständlich lässt sich auch dies mit einem größeren Kernlitzendurchmesser realisieren. Neben im einfachsten Falle dickeren Drähten kann des weiteren eine von den Außenlitzen völlig verschiedene Kernlitze zum Einsatz kommen. Besonders bei Litzen geringer Drahtanzahl ist darüber hinaus zu beachten, dass der tatsächliche Abstand der Außenlitzen untereinander aufgrund ihres oft stark polygonalen Querschnitts deutlich entlang der Seilachse schwankt und sich nicht mehr mit einfachen Berechnungen überblicken lässt. Zudem können verschiedene, in der Praxis jedoch in der Regel nicht zu beeinflussende Phasenlagen der Litzen große Unterschiede der Litzensperrung sowie des gesamten Seilquerschnitts zur Folge haben.

Mehrlagige Litzen sollten lediglich die Funktion der Kernlitze übernehmen, da bei dieser die lokalen Biegebelastungen geringer ausfallen und deren vergleichsweise schlechte Verankerung im Elastomer nicht so stark ins Gewicht fällt.

Mehrere Litzenaußenlagen sind aufgrund der bei Zahnriemen geforderten geringen Seildurchmesser bislang nicht üblich und würden besonders bei Biegung ähnliche Probleme aufwerfen wie Litzen mit mehreren Drahtlagen. Zugstränge beschränken sich zudem auf Konstruktionen zweifacher Verseilung, da dreifache Verseilungen eine zu geringe Zugsteifigkeit aufweisen und ebenfalls aufgrund der geringen Seildimensionen keine Notwendigkeit solch komplexer Strukturen besteht.

Schlaglänge und Schlagrichtung der Litzen im Seil

Hier gilt analog zur Litzenschlaglänge, dass die Seilschlaglänge den zulässigen Litzenaußendurchmesser bestimmt, sie sollte also nicht zu gering gewählt werden. Eine zu große Schlaglänge behindert jedoch ebenfalls die Ausgleichsbewegungen der Litzen bei der Seilbiegung. Als Orientierung gilt, dass die minimal im Getriebe auftretende Umschlingungslänge nach Möglichkeit immer größer als die Seilschlaglänge sein sollte [Jeh1], was insbesondere beim Einsatz von zusätzlichen Spannrollen bedeutsam ist. Darüber hinaus zeigen die Simulationsergebnisse des im Zahnriemen eingebetteten Zugstrangs, dass auch der verzahnungsbedingte Polygoneffekt eine nicht zu unterschätzende lokale Biegekomponente zur Seilbelastung beiträgt, die bei Umlauf um die Scheibe mit einer der Teilung entsprechenden Periode auftritt. Eine Schlaglänge kleiner als die Riementeilung ist in der Regel jedoch nicht praktikabel, so dass durch geeignete Wahl des Riemenprofils nur ein möglichst gering ausgeprägter Polygoneffekt auftreten sollte.

Drehungsarmut wird im Seil durch gegensätzliche Seil- und Litzenschlagrichtung erzeugt, Litzen verschiedener Schlagrichtungen in ein und demselben Seil sind aus Kostengründen hingegen nicht üblich.

Tabelle 6.1 gibt eine zusammenfassende Übersicht zur Auswahl und zum Aufbau der Zugstränge in Abhängigkeit der konstruktiven Randbedingungen und der daraus resultierenden Zugstrangbelastungen, verbunden mit den sich ergebenden Schädigungsrisiken bei nicht genügender Beachtung.

Allgemein ist festzustellen, dass ein komplexer Zugstrang aus besonders dünnen Drähten im Vergleich zu einer äquivalenten, einfacheren Konstruktion mit kleinerer Drahtanzahl, aber größerem Drahtdurchmesser, geringere primäre Biegespannungen aufgrund der Seilbiegung aufweist. Jedoch steigt mit der Komplexität das Problem sekundärer Biegeeffekte. Um diese zu minimieren, sind Hohlräume im Seilquerschnitt und polygonale Litzenquerschnitte zu vermeiden. Bei kleinen Drahtquerschnitten führen abrasive Verschleißvorgänge zudem eher zum Drahtbruch.

Die hier vorgestellten Richtlinien können keine Patentlösung zur Konstruktion von Zugsträngen für Zahnriemen bieten, zu komplex ist die Vielzahl von konstruktiven Parametern miteinander verkoppelt, zu vielfältig sind die konkreten Anforderungen und Randbedingungen in der Praxis, zwischen denen es abzuwägen gilt. Diese Richtlinien liefern aber wichtige Anhaltspunkte. Für die sorgfältige Einschätzung einer konkret gewählten Seilkonstruktion, etwa um sicherzustellen, dass verschiedene Litzenphasenlagen unter den tatsächlichen Einsatzbedingungen keine nennenswerte Schwankung der mechanischen Belastungen des Zugstrangs verursachen, ist deshalb zusätzlich eine Analyse mit der Finite Elemente Methode unumgänglich. Dafür liefert diese Arbeit die Grundlagen. Den hierzu entwickelten Algorithmus zur Modellierung und Simulation der Zugstrangbelastung zeigt Bild 6.1 [Wi1].

Tabelle 6.1: Empfehlungen zu Auswahl und Aufbau von Zugsträngen aus Stahllitze

Konstruktive Randbedingungen	**Zugstrangbelastungen**	**resultierende Schädigungs- bzw. Ausfallrisiken**	**Auswahl und Aufbau des Zugstrangs**
Zahnriemenprofil			
- fußabstützend	hohe punktuelle Querkräfte durch Stützstellen des Riemens auf der Scheibe, lokal hohe Biegebelastung des Riemens durch ausgeprägten Polygoneffekt	Verschleiß bzw. Bruch der Zugstränge im Bereich des Riemenfußes	kompakter Querschnitt mit wenig Hohlräumen, trotzdem gute Biegewilligkeit
- kopfabstützend	Riemenzahn nimmt Großteil der Kontaktkräfte auf, Querkräfte auf Zugstrang vergleichsweise gering	keine direkte Schadensfolge	häufige Verwendung bei Hochleistungsriemen, hierfür hohe Zugsteifigkeit bzw. großer metallischer Querschnitt
Scheibendurchmesser			
- klein	starke Biegung	Ermüdungsbruch der Zugstränge durch Biegewechselbelastung	kleiner Draht- bzw. Seildurchmesser, mehrlitzig für gute Beweglichkeit der Drähte bei Biegung

- groß	geringe Biegung	keine direkte Schadensfolge	großer Drahtdurchmesser sowie Verwendung unverseilter einfacher Litzen für großen Füllfaktor, kostengünstige Produktion möglich
Achsabstand			
- groß	Zugkräfte wirken auf große freie Zugstrang-/Riemenlänge	Verschleiß der Zahnflanken des Riemens durch Zahneingriffsprobleme aufgrund zu großer Riemengesamtdehnung, Überspringen der Verzahnung,	großer metallischer Querschnitt für geringe Gesamtdehnung,
		Verschleiß der Riemenkanten durch seitlichen Riemenablauf infolge des Eigendrehmoments der Zugstränge	Seil im Kreuzschlag bzw. Litzen mit wechselnder Schlagrichtung für Drehungsarmut
- klein	Riemenschwingungen durch Zahneingriff, viele Biegezyklen pro zurückgelegtem Verfahrweg	Ermüdungsbruch durch große Biegewechselzahl, Schwingungseinfluss normalerweise gering	mehrlitzige Konstruktion für gute Biegewilligkeit
Trumkräfte			
- stark schwankend durch hohes Lastmoment	große Zugkräfte mit ständigen Relativbewegungen der Filamente, hohe Beanspruchung der Elastomer-Zugstrang-Verbindung	Ermüdungsbruch der Zugstränge, Ablösen der Zugstränge aus dem Elastomer, Zahnflankenverschleiß des Riemens bei zu großer Dehnung, Überspringen der Verzahnung	Litzenanzahl möglichst gering, zugsteife Konstruktion durch großen metallischen Querschnitt, stark strukturierte Oberfläche für gute Verankerung im Elastomer

- geringe Änderungen	Relativbewegungen und Dehnungsänderung hauptsächlich durch Biegung um Scheibe	keine direkte Schadensfolge	mehrlitzige Konstruktion für gute Biegewilligkeit und gute Verankerung im Elastomer
Umschlingungslänge			
- klein (z.B. bei Spannrollen)	sehr lokale Biegung	Ermüdungsbruch der Zugstränge durch Biegewechselbelastung	Seilschlaglänge nach Möglichkeit kleiner als Umschlingungslänge
- groß	lokale Biegungen nur durch verzahnungsbedingten Polygoneffekt auf Scheibe	keine direkte Schadensfolge	keine spezifischen Anforderungen

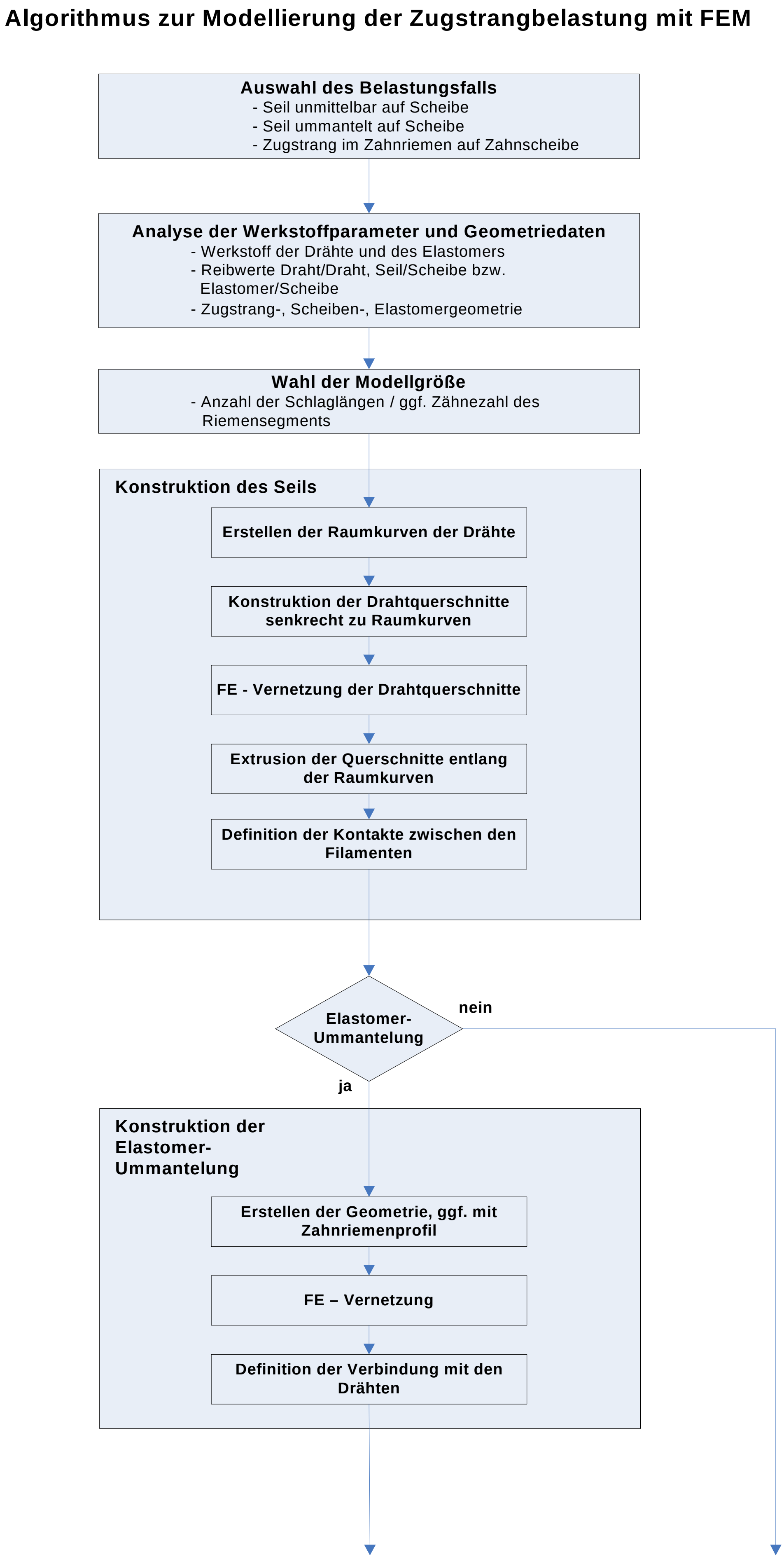

Algorithmus zur Modellierung der Zugstrangbelastung mit FEM
Auswahl des Belastungsfalls
- Seil unmittelbar auf Scheibe
- Seil ummantelt auf Scheibe
- Zugstrang im Zahnriemen auf Zahnscheibe
Analyse der Werkstoffparameter und Geometriedaten
- Werkstoff der Drähte und des Elastomers
- Reibwerte Draht/Draht, Seil/Scheibe bzw. Elastomer/Scheibe
- Zugstrang-, Scheiben-, Elastomergeometrie
Wahl der Modellgröße
- Anzahl der Schlaglängen / ggf. Zähnezahl des Riemensegments
Konstruktion des Seils
Erstellen der Raumkurven der Drähte
Konstruktion der Drahtquerschnitte senkrecht zu Raumkurven
FE - Vernetzung der Drahtquerschnitte
Extrusion der Querschnitte entlang der Raumkurven
Definition der Kontakte zwischen den Filamenten
Elastomer-Ummantelung
nein
ja
Konstruktion der Elastomer-Ummantelung
Erstellen der Geometrie, ggf. mit Zahnriemenprofil
FE – Vernetzung
Definition der Verbindung mit den Drähten

Bild 6.1: Algorithmus zur Modellierung der Zugstrangbelastung mit FEM

7 Gesamtzusammenfassung und weiterführende Aufgaben

Als Ergebnis dieser Arbeit liegt erstmalig ein sehr flexibles Simulationssystem auf Basis der Finite Elemente Methode vor, welches es gestattet, die inneren Vorgänge in den Zugsträngen von Zahnriemen in Abhängigkeit der Seilkonstruktion und der äußeren Zug- oder Biegebelastung detailliert abzubilden.

Mit diesem System wurde zunächst die einfache Litze 1+6 sowohl mit sieben gleichen Drähten als auch mit vergrößertem Kerndraht hinsichtlich des Zug- und Biegeverhaltens bei verschiedenen Scheibengeometrien untersucht. Die ausführliche Gegenüberstellung der Ergebnisse und der in der Literatur verwendeten, analytisch gewonnenen Resultate zeigt eine gute Übereinstimmung bei reiner Zugbelastung, jedoch deutliche Unterschiede bei der Seilbiegung. Sie sind der unzureichenden Möglichkeit herkömmlicher analytischer Methoden geschuldet, den wichtigen Einfluss der Kontaktstellen zur Scheibe auf die Seilbelastung zu berücksichtigen. Für eine genaue Berechnung der sehr lokal auftretenden Kontaktspannungen im Drahtquerschnitt wurden zwei Varianten auf Basis der Hertzschen Gleichungen sowie der Methode des sogenannten „Submodeling" aufgezeigt.

Die Simulation mehrlagiger Rundlitzen offenbarte bei der Standardlitze deren deutliche Schwächen aufgrund der Punktberührung zwischen den Drahtlagen und der damit verbundenen sekundären Biegeeffekte. Zwar treten diese aufgrund der Linienberührung der Drahtlagen in der Parallelschlaglitze nicht auf, der sich daraus ergebende stark polygonale Aufbau dieser Litze ist jedoch bei Biegung um eine Seilscheibe von großem Nachteil.

Als Vertreter zweifach verseilter Konstruktionen wurden die bei Zahnriemen häufig verwendeten Zugstränge 3x3 sowie 7x3 untersucht. Hier überlagern sich aufgrund der hinzukommenden Interaktion der einzelnen Litzen bereits bei reiner Seilzugbelastung so viele verschiedene Belastungseinflüsse, dass eine rein analytische Betrachtung der Spannungsverteilung praktisch unmöglich ist. Die Simulation offenbarte weiterhin einen nicht zu unterschätzenden Einfluss der Phasenlage der Litzen auf die resultierende Seilbeanspruchung, ein Umstand, dem bislang kaum Beachtung geschenkt wurde.

Wie bereits eingangs dargestellt, zeigt ein Zugstrang unabhängig von seiner Konstruktion ein deutlich anderes Belastungsverhalten, wenn zwischen diesem und der Scheibe eine Schicht Polyurethan die direkte Berührung verhindert. So verringerten sich in der Simulation die durch die Scheibenkontakte hervorgerufenen Druck- und Biegespannungen sowohl bei der vollständig von PU umgebenen Litze 1+6 als auch bei der zweifach verseilten, mit der Elastomerschicht unterlegten Konstruktion 3x3 erheblich. Bei der ummantelten Litze 1+6 entsprechen die maximalen Vergleichsspannungen in den Außendrähten über die gesamte Schlaglänge nahezu der Summe aus analytisch vorhergesagter Drahtzugspannung und Biegespannung nach *Reuleaux*, bei der Konstruktion 3x3 kommen als zusätzliche Spannungskomponenten noch die Auswirkungen der sich weiterhin untereinander abstützenden Litzen hinzu.

Auch bei dem im Zahnriemen eingebetteten Zugstrang ergab sich eine deutliche Verminderung der inneren Belastungen durch den entfallenden direkten Scheibenkontakt. Jedoch bestätigten die durchgeführten Berechnungen die in der Literatur getroffenen Aussagen [Kra2] über eine zusätzliche Zugstrangbelastung durch den verzahnungsbedingten Polygoneffekt. In der vorliegenden Arbeit gelang es sogar erstmals, diese zusätzliche Beanspruchung für eine im AT10-Profil eingebettete Litze 1+6 zu quantifizieren. So verursachen die resultierenden Schwankungen des Krümmungsradius des Zugstrangs z.B. im Kerndraht Änderungen der Axialspannungen von bis zu 20%.

Die vorliegenden Ergebnisse und die daraus abgeleiteten neuen Erkenntnisse weisen deutlich nach, dass eine Simulation von Zugsträngen mit FEM nicht nur möglich, sondern auch sehr sinnvoll ist. Diese Arbeit stellt damit einen Ausgangspunkt für eine Vielzahl weiterer Untersuchungen dar, an deren Ende ein Modell zur Vorhersage der Lebensdauer von Zugsträngen bzw. des gesamten Zahnriemengetriebes entstehen kann. Zunächst ist es jedoch erforderlich, die hier vorgestellten Ansätze konsequent weiterzuverfolgen. So sind unter der Voraussetzung der sich weiterentwickelnden Rechentechnik die zweifach verseilten und komplett im PU eingebetteten Konstruktionen zu modellieren und im nächsten Schritt ebenfalls im Zahnriemen eingefügt zu untersuchen, um deren tatsächliches Verhalten unter Einfluss des verzahnungsbedingten Polygoneffektes zu erfassen. Hierzu sind auch weitere, noch komplexere Strangkonstruktionen, wie der in Zahnriemen häufig verwendete Typ 7x7 der Modellbibliothek hinzuzufügen. Wichtig in diesem Zusammenhang ist außerdem eine systematische Betrachtung der tatsächlichen Eindringtiefe des Elastomers in den Zugstrang sowie deren Auswirkung auf das Belastungsverhalten. Anzunehmen ist, dass in absehbarer Zeit der notwendige Einlaufvorgang des Riemens in die Zahnscheibe mit einem ausreichend langen und mit der tatsächlichen Zugstranggeometrie versehenen Riemenstück abgebildet werden kann. Bis dahin empfiehlt sich jedoch zunächst die Überprüfung folgenden Ansatzes: Man entnimmt die Gesamtverformung des zu betrachtenden Riemenstückes oder nur des Zugstrangs beim eingelaufenen Getriebe aus dem bereits vorliegenden und bewährten

Zahnriemensimulationssystem [Ifte2] und überträgt diese in Form geeigneter Randbedingungen analog zum erwähnten „Submodeling“-Prozess auf das separate, ggf. im Riemensegment eingebettete Zugstrangmodell, welches so letztendlich die resultierenden Belastungen der Einzeldrähte liefert. Ob beim Zugstrangmodell auch komplett auf das umgebende Elastomer verzichtet werden kann, hängt dabei ganz entscheidend von der Frage ab, inwieweit sich allein aus der praktisch auf eine Linie reduzierten Zugstrangverformung im Riemensimulationssystem ausreichend genaue Randbedingungen für die tatsächliche Berechnung der Seildeformation finden lassen.

Das in dieser Arbeit entwickelte Simulationssystem bietet sich besonders für vergleichende Untersuchungen verschiedener Zugstrangkonstruktionen an, wie z.B. hinsichtlich der Variation der Schlaglängen, der Drahtdurchmesser, des Einflusses der bestehenden Fertigungstoleranzen oder der Phasenlagen der einzelnen Litzen im Seilquerschnitt. Für praktisch relevante Aussagen ist dazu auch die Berücksichtigung herstellungsbedingter Besonderheiten zu beachten. So werden die Zugstränge häufig vorgereckt, was an den Kontaktstellen der Litzen und Drähte zu plastischen Verformungen führt. Zudem besitzen die Drähte meist auch ohne äußere Belastung fertigungsbedingte, teilweise sogar gewollte Eigenspannungen. Ob deren Einflüsse auf die letztendliche Seilbelastung zu vernachlässigen sind oder in der Geometrie bzw. als Initialspannungen im Modell aufgenommen werden müssen, ist für jeden Zugstrang im Vorfeld zu klären.

Die hier vorgestellte Variante der Validierung mittels eines Computer-Tomographen stellt zwar eine im Vergleich zu bisherigen Verfahren deutlich verbesserte Methode zum Ermitteln der tatsächlichen inneren Seilvorgänge dar, ist jedoch bislang sehr zeit- und kostenintensiv. Hier sollte in jedem Fall nach weiteren, möglichst praktikableren Wegen gesucht werden. Als einfachstes Beispiel sei der Abgleich der Zug-Dehnungs-Kurve zwischen Realität und Simulation genannt. Dieser bietet sich jedoch nur an, wenn der Kurvenverlauf der Seilkonstruktion deutlich von dem des bloßen Werkstoffs abweicht und die vorangehend erwähnten Einflüsse des Vorreckens genügend berücksichtigt sind. Selbstverständlich existieren auch noch andere in der Praxis gebräuchliche Untersuchungen, wie der 3-Punkt-Biegeversuch, die auf ihre Tauglichkeit geprüft werden sollten. Vorstellbar sind zugleich ganz neue, ausschließlich unter der Maßgabe der Validierung entwickelte Verfahren, die das Seil einer ganz spezifischen, mit wenig Aufwand in der Simulation abbildbaren Belastung unterziehen.

Die FE-Berechnung liefert eine Vielzahl von Ergebnisgrößen, wie verschiedene mechanische Spannungen, Verformungen oder Relativverschiebungen. Ob eine oder mehrere dieser Größen entscheidend für die tatsächliche Seilbelastung sind, nach welchen konkreten Vorgaben also eine Optimierung der Zugstränge vorzunehmen ist, kann bislang noch nicht zufriedenstellend beantwortet werden. Dies ist ein sehr wichtiger Schwerpunkt, dem sich weiterführende Betrachtungen durch umfassenden Vergleich der Simulationsergebnisse und der Resultate von dringend erforderlichen Ermüdungsversuchen, die nicht Gegenstand dieser Arbeit waren, widmen müssen. Dadurch ergäbe sich zugleich die Grundlage für das Entwickeln einer Verschleißtheorie. Wie in dieser Arbeit nachgewiesen wurde, haben die Kontaktdrücke zwischen Seil und Seilscheibe bei Biegedauerversuchen ohne eine den Zugstrang umgebende Elastomerschicht sehr großen Einfluss auf die Belastungsverteilung. Inwieweit die bei diesen Tests ermittelten Ergebnisse auf das tatsächliche Verhalten der Zugstränge im Zahnriemen zu übertragen sind, sollte unbedingt hinterfragt werden. Als bessere Alternative bietet sich an, sowohl die Dauerversuche als auch die vergleichenden Simulationen mit im PU eingebetteten Zugsträngen durchzuführen.

Während der Lebensdauer eines Zahnriemens kommt es zwischen den einzelnen Filamenten des Zugstrangs zu sogenannter Reibkorrosion, d.h. an den Kontaktstellen der Drähte untereinander findet ein Materialabtrag statt. Dieser begünstigt einerseits die Rissbildung im Material, sorgt andererseits aber auch für eine kontinuierliche Veränderung der Querschnittsgeometrie des Seils. Das hat ebenfalls eine Veränderung des gesamten mechanischen Verhaltens zur Folge. Möglicherweise verhält sich ein Zugstrang, der anfangs eine sehr vorteilhafte Spannungsverteilung zeigt, nach einer bestimmten Anzahl von Lastwechseln plötzlich sehr ungünstig. Aber auch das Gegenteil ist denkbar, so dass anfängliche Spannungsspitzen durch verschleißbedingte Ausgleichsvorgänge nach kurzer Zeit neutralisiert werden. Diese Effekte erschöpfend zu erfassen, stellt für eine zukünftige Lebensdauertheorie eine große Herausforderung dar, wozu die Simulation mit der Finite Elemente Methode ebenfalls eine wichtige Hilfe bietet. So könnte der kontinuierliche Verschleißprozess durch ein iteratives Verfahren abgebildet werden, in dem für jeden der zeitlich diskreten Verschleißzustände erneut eine FE-Simulation erfolgt. Die dabei berechneten Belastungswerte sind dann Ausgangspunkt für den nächsten Teilschritt, ebenso wie die für Verschleißbetrachtungen wichtigen Werkstoffkennwerte der Drähte, die experimentell zu ermitteln sind. Hierzu zählen die Gefügeeigenschaften sowie Festigkeitswerte, wie z.B. die Shore-Härte, aber auch die Oberflächenbeschaffenheit bzw. das Reibverhalten der Kontaktpartner. Darüber hinaus spielen die Umgebungsbedingungen eine wichtige Rolle. Für eine solche schrittweise Betrachtung ist eine deutliche Steigerung der Rechenleistung und damit verbundene Reduzierung der Rechenzeit Voraussetzung. Einen Vorschlag zur prinzipiellen Vorgehensweise beim Ableiten einer zukünftigen Verschleißtheorie sowie ihrer Anwendung in einem iterativen Algorithmus zum Bestimmen der Seillebensdauer zeigen die Schemata in Bild 7.1 sowie Bild 7.2.

Schwerpunkt der Simulation war die Nachbildung des Zugstrangverhaltens. Die in die Zwischenräume eindringende Elastomerschicht wurde zwar ebenfalls modelliert, jedoch nur in dem Umfang, wie es für deren Einfluss auf die Relativbewegung der Einzeldrähte notwendig war. Besteht jedoch bei einem Zahnriemen das Problem, dass sich der Zugstrang aus dem PU unter Belastung herauslöst, kann auch dazu die Simulation mit einem entsprechend fein strukturierten Netz in den Problemgebieten zur Ursachenforschung beitragen. Dies ist jedoch nur sinnvoll, wenn noch weitere wesentliche Parameter wie der Einfluss des eingesetzten Haftvermittlers zwischen Seil und Elastomer Beachtung finden.

Weiterführend ist zudem zu untersuchen, inwieweit dynamische Effekte Auswirkungen auf die Zugstrangbelastung haben und wie diese in der Simulation zu berücksichtigen sind.

Die meisten hier vorgestellten Berechnungen beschränken sich auf die Abbildung einer bis zwei Schlaglängen der entsprechenden Seile, wodurch der Einfluss der Randbedingungen auf das zu betrachtende Seilstück in der Regel ausreichend minimiert wird. Besonders bei mehrfach verseilten Konstruktionen oder bei Einbettung in den Zahnriemen wiederholen sich die Seilbelastungen jedoch nicht mehr mit der Periode der Seilschlaglänge aufgrund der gegebenen Verhältnisse von Litzen- zu Seilschlaglänge bzw. von Seilschlaglänge zu Riementeilung. Darüber hinaus sind noch weitere Effekte denkbar, die sich über einen längeren Seilabschnitt erstrecken können. So erwähnt z.B. *Feyrer*, dass bei laufenden Drahtseilen zusätzliche Belastungen am Übergang vom gestreckten zum gebogenen Seilabschnitt beim Einlauf in die Scheibe auftreten [Fey1]. Um die Bedeutung dieser Effekte genauer zu untersuchen, sollten in jedem Fall auch längere Seilabschnitte betrachtet werden. Der zusätzliche Aufwand bei der Modellierung ist sehr gering, allerdings sind auch hier der Simulation bislang noch rechentechnische Grenzen gesetzt, die sich jedoch bald relativieren dürften.

Zusammen mit dem bereits verfügbaren Zahnriemensimulationssystem bietet das hier entwickelte Zugstrangmodell die Basis, alle denkbaren mechanischen Ausfallrisiken des Zahnriemens umfassend zu untersuchen. Kann ersteres die Belastung des Riemenprofils bei Umlauf um die Zahnscheibe abbilden, ermöglicht letzteres die Betrachtung der dabei auftretenden inneren Beanspruchungen der Filamente des Zugstrangs sowie der zwischen den Außendrähten liegenden Elastomer-Gebiete.

Auch eine Übertragung des Modells auf Zahnriemen mit Aramid- oder Glasfaserzugsträngen ist denkbar. Vorraussetzung dafür wäre, dass sich die Vielzahl der in diesen enthaltenen Filamente sinnvoll zu einer Konstruktion, bestehend aus wenigen Einzelsträngen, abstrahieren lässt und die in diesen Zugsträngen auftretenden Belastungsprobleme prinzipiell ähnlich denen in herkömmlichen Drahtseilen sind.

In jedem Fall ist das Modell zugleich für die Untersuchung einer Vielzahl anderer Anwendungen in der Fördertechnik und im Bauwesen geeignet, bei denen Stahlseile zum Einsatz kommen, die Zug- und Biegebelastungen unterworfen sind.

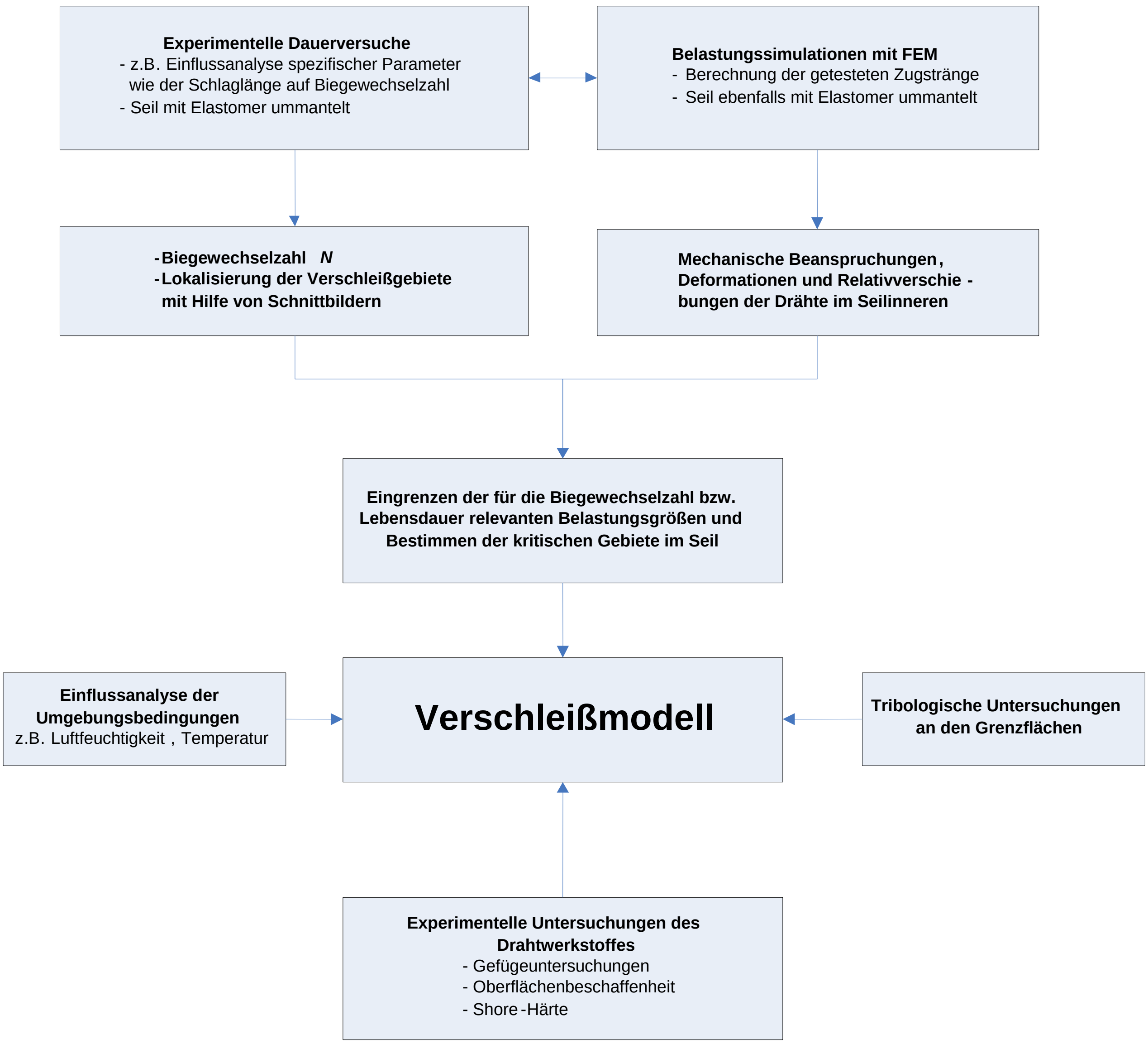


Bild 7.1: Prinzipielles Vorgehen zum Ableiten einer Verschleißtheorie für Zugstränge

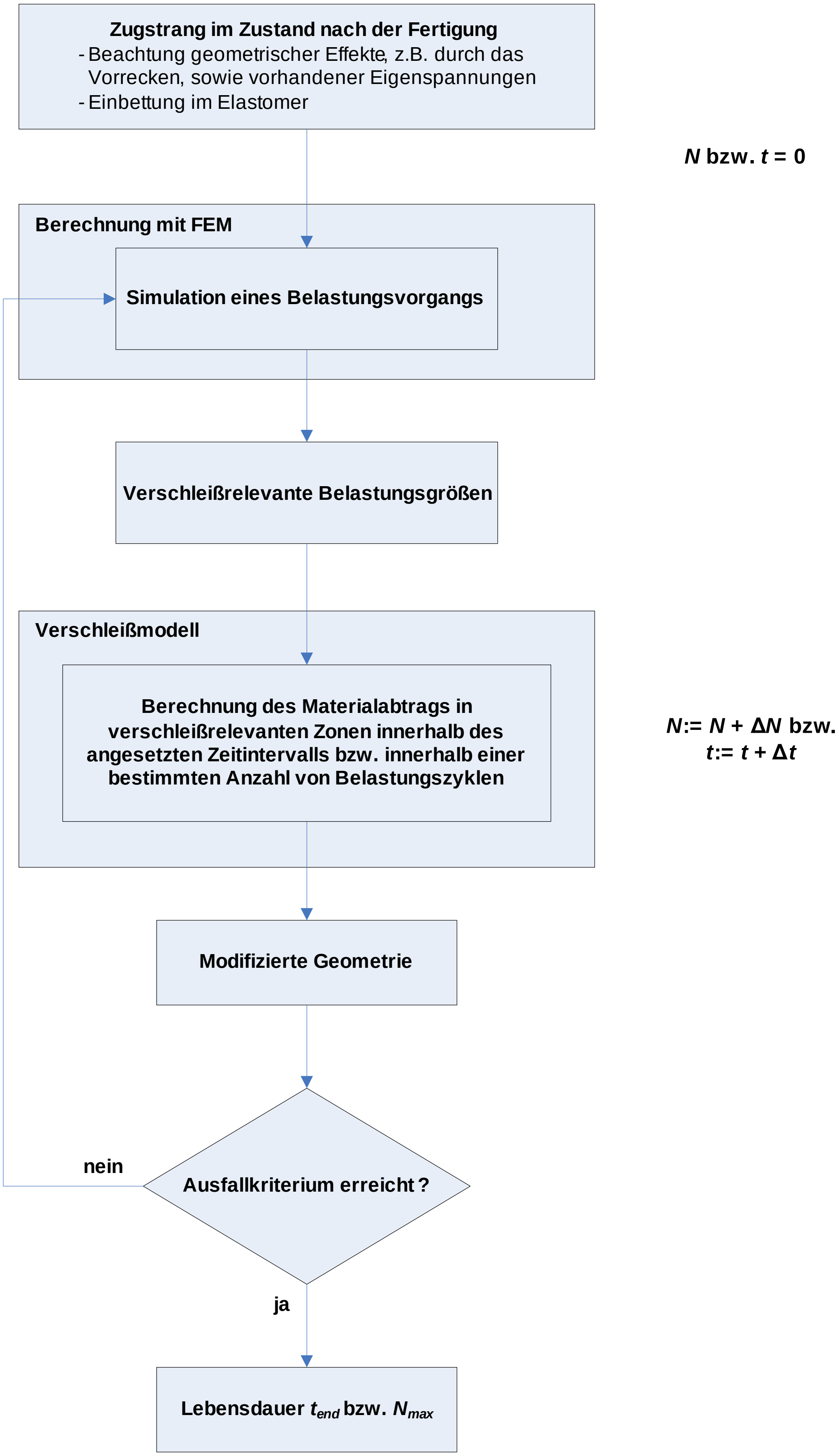


Bild 7.2: Iterativer Algorithmus zum Bestimmen des Verschleißfortschritts bei Zugsträngen unter Verwendung des Verschleißmodells aus Bild 7.1

Literaturverzeichnis

[Ans] CADFEM ANSYS: Documentation for ANSYS. Online-Hilfedatei der Version 10: ANSYS Inc. 2005.

[Aur] Aurich, H.; u.a.: Taschenbuch Maschinenbau, Bd. 2. Berlin: VEB Verlag Technik 1985.

[Bek] N.V. Bekaert S.A.: Steelcord Catalogue. Firmenschrift N.V. Bekaert S.A., 2000.

[Bir] Birnbaum, H.; Denkmann, N.: Taschenbuch der Technischen Mechanik. Thun, Frankfurt am Main: Verlag Harry Deutsch 1997.

[Bro] Bronstein, I. N.; u.a.: Taschenbuch der Mathematik. Thun, Frankfurt am Main: Verlag Harry Deutsch 1993.

[Cos] Costello, G.: Theory of Wire Rope. New York: Springer Verlag 1997.

[Czi] Czichos, H.; Habig, K. H.: Tribologie-Handbuch. Braunschweig/Wiesbaden: Verlag Friedrich Vieweg & Sohn 1992.

[Dan] Dankert, J.: Numerische Methoden der Mechanik. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1977.

[Dis] Distner, M.; Johannesson, T.: Fundamentals of Synchronous Belts for Vibration and Noise Purposes. Göteborg: Chalmers Reproservice 2000.

[Fey1] Feyrer, K.: Drahtseile. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag 1994.

[Fey2] Feyrer, K.; u.a.: Laufende Drahtseile - Bemessung und Überwachung. Renningen-Malmsheim: expert-Verlag 1998.

[Fis] Fischer, U.; u.a.: Finite-Elemente-Programme in der Festkörpermechanik. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1986.

[Fle] Fleischer, G.; Gröger, H.; Thum, H.: Verschleiß und Zuverlässigkeit. Berlin: VEB Verlag Technik 1980.

[Fra1] Fraulob, S.: FEM-Simulation von Polychloroprene-Zahnriemen. Tagungsband 8. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 30.09.-01.10.2003.

[Fra2] Fraulob, S.; Nagel T.: Ungleichförmig übersetzende und hochübersetzende Zahnriemengetriebe. Tagungsband VDI-Getriebetagung „Bewegungstechnik“, VDI -Bericht 1845, S. 249-261. Fulda: Sept. 2004.

[Fri] Fritzson, D.: On the Design and Life Prediction of Transmission Belts made of Elastomer Composites. Göteborg: Division of Machine Elements Chalmers University of Technology 1988.

[Fun] Funk, W.: Zugmittelgetriebe. Grundlagen, Aufbau, Funktion. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1995.

[Ger] Gerbert, B.G.: Zugspannungsverteilung in der Cordeinlage von Keilriemen. Konstruktion 28(1976)2, S. 66.

[Gni] Gnilke, W.: Lebensdauerberechnung der Maschinenelemente. 2. Aufl. Berlin: VEB Verlag Technik 1980.

[Göl1] Göldner, H.; u.a.: Lehrbuch Höhere Festigkeitslehre, Bd. 1. 3. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag 1991.

[Göl2] Göldner, H.; u.a.: Lehrbuch Höhere Festigkeitslehre, Bd. 2. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1985.

[Göl3] Göldner, H.; Holzweißig, F.: Leitfaden der Technischen Mechanik. 9. Aufl. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1986.

[Göl4] Göldner, H.; Witt, D.: Lehr- und Übungsbuch Technische Mechanik. Leipzig: Fachbuchverlag GmbH 1993.

[Gra] Grafinger, M.: Finite-Elemente-Berechnungsprogramm für Bowdenzüge: Beschreibung und Umsetzung. Konstruktion 53 (2001) 9, S. 64-69.

[Hab] Haberhauer, H.; Bodenstein, F.: Maschinenelemente – Gestaltung, Berechnung, Anwendung. 12. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 2003.

[Hah] Hahn, H.-G.; u.a.: Aufgaben zur Technischen Mechanik. Leipzig: Fachbuchverlag 1997.

[Hai] Haibach, E.: Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. 3. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 2006.

[Här] Härting, G.; Ballhausen, U.: Variantenrechnung und Optimierung mittels FEM. Tagungsband 10. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 13.-14.09.2005.

[Her] Herr, H.: Technische Mechanik: Statik, Dynamik, Festigkeit (Lehr- und Aufgabenbuch). 7. Aufl. sowie Formel- und Tabellensammlung. 4. Aufl. Haan-Gruiten: Verlag Europa-Lehrmittel 2004.

[Ifte1] Witt, R.: Werkstoffdaten zu Feinseilen. Bericht des Instituts für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden 2004.

[Ifte2] Nagel, T.; Müller, A.; Witt, R.: Unterstützung der Produktentwicklung durch FEM auf dem Gebiet der Zahnriemengetriebe. Bericht des Instituts für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden 2002.

[Iss] Issler, L.; u.a.: Festigkeitslehre - Grundlagen. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag 2004.

[Jeh1] Jehmlich, G.: Anwendung und Überwachung von Drahtseilen. Berlin: VEB Verlag Technik 1985.

[Jeh2] Jehmlich, G.; Steinbach, G.: Einsatz und Überwachung von Drahtseilen in der Fördertechnik und beanspruchungsgerechte Dimensionierung von Drahtseilen und Seiltrieben – Teil 5. Hebezeuge und Fördermittel 20(1980)12, S. 360-362.

[Joh] Johannesson, T.; Distner, M.: Towards Life Prediction of Synchronous Belts. Göteborg: Chalmers Reproservice 2000.

[Käm] Kämmel, G.; Franeck, H.; u.a.: Vorträge zum Problemseminar „Finite Elemente“. Manuskript TU Dresden Heft 2/74.

[Kno] Knothe, K.; Wessels, H.: Finite Elemente. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag 1991.

[Kö1] Köster, L.: Untersuchung der Kräfteverhältnisse in Zahnriemengetrieben. Dissertation Universität Hamburg 1981.

[Kö2] Köster, L.: Der Zugkraftverlauf in Zahnriemenantrieben. Konstruktion 34(1982)3, S. 99.

[Kra1] Krause, W.: Konstruktionselemente der Feinmechanik. 3. Aufl. München, Wien: Carl Hanser Verlag 2004.

[Kra2] Krause, W.; Metzner, D.: Getriebetechnik - Zahnriemengetriebe. Berlin: Verlag Technik 1988.

[Kra3] Krause, W.: Grundlagen der Konstruktion. 8. Aufl. München, Wien: Carl Hanser Verlag 2002.

[Kra4] Krause, W.; Nagel, T.; Buhle, I.: Grundlagen der Konstruktion / Konstruktionselemente, Formelsammlung. Dresden: Verlag Initial 2006.

[Kra5] Krause, W.: Präzisionsantriebe mit Synchronriemen. GMM-Fachbericht 33, S. 79. Berlin, Offenbach: VDE-Verlag 2001.

[Kra6] Krause, W.; Nagel, T.: Zahnriemengetriebe (Teil 1) - Grundlagen. Antriebstechnik 31(1992)4, S. 67.

[Krag] Kragelski, I. V.; Dobyčin, M. N.; Kombalov, V. S.: Grundlagen der Berechnung von Reibung und Verschleiß. Berlin: VEB Verlag Technik 1982.

[Kru] Krug, W.; Schönfeld, S.: Rechnergestützte Optimierung. Berlin: VEB Verlag Technik 1981.

[Kul] Kulke, M.; Nagel, T.: Nutzung des Einlaufkeils für das Bestimmen der optimalen Vorspannkraft. Tagungsband 9. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 14.-15.09.2004.

[May] Mayr, M.; Thalhofer, U.: Numerische Lösungsverfahren in der Praxis. München, Wien: Carl Hanser Verlag 1993.

[Mü1] Müller, W. H.: Technische Mechanik für Ingenieure. 2. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag (im Carl Hanser Verlag München) 2005.

[Mü2] Müller, W. H.: Übungsaufgaben zur Technischen Mechanik. 2. Aufl. Leipzig: Fachbuchverlag (im Carl Hanser Verlag München) 2005.

[Mül] Müller, G.: Finite Elemente. Heidelberg: Hüthig Verlag 1989.

[Na1] Nagel, T.; Fraulob, S.: Beitrag zur Entwicklung hochleistungsfähiger Zahnriemengetriebe unter Nutzung von FEM. 50. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium der TU Ilmenau, 19.-23.09.2005. Ilmenau: Verlag ISLE 2005, S. 609-610.

[Na2] Nagel, T.: Innovative Lösungen bei Riemengetrieben. Antriebstechnik 44(2004)12, S. 40-45.

[Na3] Nagel, T.: FEM-Simulationen an Zahnriemengetrieben. VDI-Bericht 1758(2003), S. 101-124.

[Na4] Nagel, T.; Müller, A.; Vollbarth, J.: FE-Analyse von Synchronriemengetrieben. Antriebstechnik 40(2001)4, S. 98-102.

[Na5] Nagel, T.: Vergleichende Untersuchungen zu Verschleißverhalten und Übertragungsgenauigkeit von Zahnriemengetrieben. Dissertation TU Dresden 1990.

[Na6] Nagel, T.; Vollbarth, J.: Synchronriemengetriebe- Berechnung, Miniaturisierung und Präzision. Antriebstechnik 39(2000)12, S. 52.

[Nie] Nieman, G.; Winter, H.: Maschinenelemente. Bd. III. Schraubrad-, Kegelrad-, Schnecken-, Ketten-, Riemen-, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag 1983.

[Reu] Reuleaux, F: Der Constructeur. 3. Aufl. Braunschweig: Friedrich Vieweg und Sohn 1869.

[Säh1] Sähn, S.; Göldner, H.; u.a.: Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre. Leipzig: VEB Fachbuchverlag 1989.

[Säh2] Sähn, S.; Göldner, H.; u.a.: Arbeitsbuch Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre. Leipzig: Fachbuchverlag GmbH 1992.

[Sas] Sass, F.; Bouché, Ch.; u.a.: Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau. 21. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 2005.

[Scha] Schaffstaedter, D. P.: Einsatz von Synchronriemen in Linearfahrantrieben von Regalbediengeräten und Brückenkranen. Dissertation TU Braunschweig 1999.

[Schi] Schiffner, G.: Spannungen in laufenden Drahtseilen. Dissertation Universität Stuttgart 1986.

[Ste] Steinbach, G.: Berechnung der Betriebsdauer von Drahtseilen in Seiltrieben. TÜ Technische Überwachung 45 (2004) 4, S. 27-31.

[Sth] Steinhilper, W.; Röper, R.: Maschinen- und Konstruktionselemente. Bd. 3. Reibrad-, Zugmittel- und Zahnradgetriebe. Berlin, Heidelberg, New York, Tokio: Springer Verlag 1989.

[Sza1] Szabó, I.: Einführung in die Technische Mechanik. 4. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1959.

[Sza2] Szabó, I.: Höhere Technische Mechanik. 2. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer Verlag 1958.

[Urb] Urbansky, N.: Belastungsverhältnisse in Zahnriemengetrieben. Dissertation TU Dresden 1983.

[Ver] Verreet, R.: Die Berechnung der Lebensdauer von laufenden Drahtseilen. Firmenschrift CASAR Drahtseilwerk Saar GmbH, 1998.

[Vol] Vollbarth, J.: Übertragungsgenauigkeit von Zahnriemengetrieben in der Lineartechnik. Dissertation TU Dresden 1998.

[Wi1] Witt, R.: Simulation von Zugsträngen für Zahnriemen – Algorithmen und Eingabedateien für die Software Ansys. Bericht des Instituts für Feinwerktechnik und Elektronik-Design der TU Dresden 2006.

[Wi2] Witt, R.; Nagel, T.: Zugstranganalyse mit FEM – Notwendigkeit und Vision. Tagungsband 9. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 14.-15.09.2004.

[Wi3] Witt, R.; Nagel, T.: Biegeverhalten von Zugstrangkonstruktionen untersucht. Fördern und Heben 54(2004)7, S. 419-421.

[Wi4] Witt, R.: Belastungsvorgänge im Inneren von Zugsträngen aus Stahllitze. Tagungsband 11. Fachtagung Zahnriemengetriebe. Dresden: 19.-20.09.2006.

[Zie] Wehking, K.; Ziegler, S.: Berechnung eines einfachen Seils mithilfe der Finite-Elemente-Methode. F+H Fördern und Heben 53 (2003) 12, S. 753-754 u. 54 (2004) 1-2, S. 58-60.

Lebenslauf

Zur Person

Name	Robert Witt
geboren am	01.05.1977 in Dresden
Familienstand	ledig

Werdegang

1991 - 1995	Gymnasium Dresden Blasewitz, Außenstelle ‘Martin Anderson Nexö’ - Spezialschule mit mathematisch-naturwissenschaftlicher Richtung
1995 – 1996	Zivildienst im Krankenhaus Dresden Friedrichstadt
1996 – 1998	Grundstudium der Elektrotechnik, TU Dresden
1998 – 2001	Student der Studienrichtung Feinwerk- und Mikrotechnik, TU Dresden, Studienschwerpunkt Entwicklung, Konstruktion und Technologie
2000	Praktikum an der Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis (Brasilien)
ab 2002	Promotion am Institut für Feinwerktechnik u. Elektronik-Design der TU Dresden als Stipendiat der Studienstiftung des deutschen Volkes
seit 2006	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Feinwerktechnik u. Elektronik-Design der TU Dresden